جامعة القاهرة
كلية الآداب
قسم الفلسفة

منطق الفئات وجذوره الأرسطية

The logic of classes and its Aristotelian roots

رسالة مقدمة للحصول علي درجة الماجستير

إعداد

أحمد رشوان أحمد رشوان

إشراف

أ. د / محمد مهران رشوان

القاهرة
٢٠٠٢

الاجازه

أجازت لجنه المناقشه هذه الرساله للحصول على درجه الماجستير في الآداب

بتقدير / بمرتبه ممتاز بتاريخ 14 / 1 / 2002

بعد استيفاء جميع المتطلبات

اللجنـــه

	الاسم	الدرجه العلميه	التوقيع
(١)	محمد سعد الشرقاوي	استاذ	[signature]
(٢)	محمد فتحي عبد الحليم	استاذ	[signature]
(٣)	اسماعيل عبد العزيز	استاذ مساعد	[signature]
(٤)			

بسم الله الرحمن الرحيم

رب أوزعني أن أشكر نعمتك التي أنعمت علي و على و الدي و أن أعمل صالحاً ترضاه و أدخلني برحمتك في عبادك الصالحين

صدق الله العظيم

(سورة النمل آية 19)

شكر و تقدير

أتقدم بخالص الشكر و التقدير و العرفان بالجميل لأستاذي ومثلى الأعلى الأستاذ الدكتور / محمد مهران رشوان علي ما قدمه لي من توجيهات و ما بذله معي من جهد ، و ما أعطاه لي من وقت لأتمام هذه الدراسة .

المقدمة

المقدمة :

يخطئ من يظن أن نظرية الحدود الأرسطية قد انتفت بظهور المنطق الرياضي الحديث ، والذين يعارضون بين منطق أرسطو والمنطق الرياضي الحديث إنما يسيئون فهم العلاقة بينهما ، فالمنطق الرياضي الحديث ليس جنساً آخر من المنطق يباين المنطق الأرسطى وإنما هو منطق أرسطى في ثوب جديد ، [١] فالمنطق الحديث ما هو إلا منطق أرسطى ، والاختلاف بين المنطق الأرسطى والمنطق الحديث هو اختلاف في التعبير عن الموضوعات المنطقية ، لذا يكون الاختلاف بينهما اختلافاً في الشكل وليس في المضمون ، فكل الموضوعات المنطقية في المنطق الحديث نجد معناها متضمناً في المنطق الأرسطى.

وإذا كان تاريخ المنطق الرياضي الحديث في نسقه الصورى بدأ ببناء نظرية الفئات[٢] وكلمة فئة لم يستخدمها المنطق الأرسطى إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما أسماه المنطق الأرسطى بالحدود ، فالمنطق الأرسطى في الأصل منطق حدود وأن قوانين الفكر وقواعد القياس تخبرنا إنه يجب إدارك حقيقة العلاقة بين الحدود .[٣]

والواقع أن المنطق الأرسطى كله يمكن رده تماماً إلى نظرية الفئات والعلاقة الأساسية بين الفئات ، [٤] أي أن نظرية الفئات في المنطق الحديث ما هي إلا نظرية الحدود في المنطق الأرسطى وبناء النسق المنطقى الأرسطى قام على نظرية الفئات والعلاقات بين الفئات .

وإذا كان تعريف الفئة في اللغة العادية هي مجموعة من الأفراد التي تشترك في بعض الخصائص وكل فرد يكون عضواً في هذه الفئة [٥] فإن مفهوم الفئة في المنطق اختلف عن مفهومها المألوف ، ففي المنطق نجد للفئة عدة أنواع ، منها فئة تحتوى عضواً واحداً وتسمى فئة ذات عضو واحد وفئة أخرى خالية من الأعضاء وتسمى الفئة

---

١ - يان لوكاشيفتش ، " نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث "، ترجمة عبد الحميد صبرة ، منشأة المعارف ، الإسكندرية ، ١٩٦١ ، ص ١

2 - E . W. Schipper and E. Schuh , "**Afirst course in modern logic** " , Routledge and keg an paul , London , P.255

3 - **C.I . Lewis and V.H. langford** , " **symbolic logic** ". Published by century Co., London , 1964 , P. 49

٤ - الفريد تارسكى ، " **مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية** " ، ترجمة د/ عزمى إسلام ، الهيئة العامة المصرية للتأليف والنشر . القاهرة ، ١٩٧٠م ، ص ١١٤ .

5 - **M . R.Cohen** and **E. Nagel** , " **An introduction to logic and scientific method** " , Harcourt , Brace and company , New York , 1964 , P. 122

الفارغة ، وأيضا فئة شاملة تحتوى فئات فرعية منها ، ويقول كل من بيسون و اكونرفي ذلك ، تطورت فكرة الفئة في المنطق فتوجد فئة تحتوى عضواً واحداً وفئة أخرى لا تحتوى على أعضاء. (١)

كما يعد منطق الفئات ذا أهمية مركزية بالنسبة للمنطق الأرسطى والحديث ، فجميع الموضوعات المنطقية انطلقت من خلال نظرية الفئات والعلاقات بين الفئات وأن بناء النسق المنطقى الأرسطى والحديث أيضا قائم على نظرية الفئات والعلاقات بين الفئات ، فمنطق الفئات في رأي بعض الباحثين ليس فقط أساس تاريخى للتطور في المنطق الرمزى ولكنه صورة بسيطة وجيدة لتقديم جميع الموضوعات المنطقية. (٢)

وترتبط الفئة بالقضية ، فكل قضية عبارة عن علاقة بين فئتين ، فالقول بأن " كل إنسان حيوان " فهذه القضية ما هى إلا علاقة بين فئة الناس وفئة الحيوانات وعلى ذلك تكون القضية هى علاقة قائمة بين فئتين من الموجودات ، (٣) فكل ما نقوله عن علاقة بين فئتين من الموجودات ما هو إلا إثبات لقضية . (٤)

وإذا كانت القضية تعبر عن علاقة بين فئتين وأن جميع موضوعات المنطق ما هى إلا عمليات فكرية ، والقضية هى الوحدة الأولية التى تتألف منها أية عملية فكرية أيا ما كانت ، فجميع الموضوعات المنطقية تكون قائمة على العلاقات بين الفئات .

ولا تقتصر علاقة الفئة بالقضية بإنها الوحدة التي تتكون منها القضية ولكن حساب الفئات في المنطق الحديث ساهم مساهمة فعالة في حساب القضايا فكل العمليات ومعظم المبادئ القائم عليها حساب الفئات نجد ما يماثلها في حساب القضايا ، فنحن نستخدم حساب الفئات كأساس لحساب القضايا. (٥)

وارتبطت الفئة أيضا بالقياس فكل قياس ما هو إلا علاقة بين ثلاث فئات و هذه الفئات تُكون ثلاث قضايا ، فإذا قلنا " كل الناس حيوانات " ، و كل الحيوانات كائنات حيه ، إذن كل الناس كائنات حية ، لذا فالقياس يتكون من ثلاث فئات من الموجودات و هم فئة

---

1 - **H.A. Basson** and **D.J. o'connor** , " **Introduction to symbolic logic** " , the free press of Glencoe , illinois , London , 1960 , P. 149

2 - **Lewis**, and **Langford** , OP. Cit . P. 27

3 -**W. A . Sinclair** " **The traditional formal logic** ", methren and coltd , London , n.d. P.5

4 - **Cohen, and Nagel, op. Cit. p. 121**

5 - Ibid. P. 127

الناس و فئة الحيوانات و فئة الكائنات الحية و علي ذلك فالقياس يتكون من ثلاث فئات و هذه الفئات تكون ثلاث قضايا. [1]

كما ارتبطت الفئة بالمفارقات المنطقية مثل مفارقة رسل القائمة علي الفئة الشاملة هل هي عضو في ذاتها أم ليست عضواً في ذاتها و مفارقة كانتور القائمة على هل عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفئة ؟ و أيضا مفارقة الفئة الفارغة و القائمة علي ، هل اللاشئ يكون شيئاً أو لفظ ما يمثل فئة و ليس فئة في نفس الوقت ، كما ارتبطت الفئة بنظرية الأنماط التي قدمها رسل كحل لهذه المفارقات .

بالإضافة إلي ذلك فإن الفئة ساهمت في عده مجالات علمية بجانب المنطق و كانت إسهامات الفئة بالنسبة لهذه المجالات إيجابية و تمثل ضرورة علمية بالنسبة لكل مجال و خصوصاً في مجال الرياضيات ، حيث إن نظرية الفئات عُرفت في الرياضيات باسم نظرية المجموعات و أيضا علم الأنثر بولوجي ، حيث يقول كلٍ من سلوبسكي و بوركوسكي في ذلك ، الفئة تستخدم في فروع مختلفة كنحو مشترك ، إلا إنها تستخدم بشكل واسع في المنطق ، ففي الحساب نختبر مجموعات الأعداد و الدالات في جبر المجموعات متعدد الحدود و معادلات في الهندسة منها مجموعات النقط و الخطوط المستقيمة و السطوح المستوية ، فكل هذا يعد فرعاً من فروع الرياضيات التي تتعلق بخصائص المجموعة ، و أن عناصر هذه النظرية تسمي نظرية المجموعات [2] .

و من خلال عرضنا للفكرة العامة لموضوع الفئة يتضح لنا أن موضوع منطق الفئات و جذوره الأرسطية يعد من الموضوعات الهامة و الجديرة بالبحث .

و البحث يهدف إلي دراسة منطقية لتحديد معنى الفئة عند أرسطو ودورها في بناء النسق المنطقي الأرسطي ، و محاولة لحصر أنواع الفئات و علاقة الأنواع بعضها بالبعض و موقف أرسطو من كل نوع ، و أيضا تحديد مفهوم التضمن و علاقته بمنطق الفئات الأرسطى و الحديث ، بالإضافة إلي مناقشة أهم المغالطات التي ينطوي عليها منطق الفئات و كيفية تجنبها و التغلب عليها ، وكذلك أهم المفارقات التي ارتبطت بمنطق الفئات و كيفية حلها ، و البحث في هذا الموضوع يتطرق إلي إشارات كثيرة من المشكلات المنطقية التي تعد جوانب أساسية قام عليها هذا البحث .

---

1 - A. Ambrose and M. Lazerowitz , " **Fundamentals of symbolic logic** ", Holte rincherd and winston , Inc , New York, 1944, P.268

2 - J. Slupecki and L. Borkowski, " **Elements of Mathematical logic and set theory** ", pwnpolish Scientific publishers , pergamon press , London , 1967, P. 157

و قد عالجت الدراسة مجموعة من الإشكاليات أهمها : -

أولا : إلي أي حد يعد أرسطو الواضع الحقيقي لمنطق الفئات ؟

ثانيا : ما الدور الذي يلعبه منطق الفئات بالنسبة للمنطق الأرسطي والمنطق الحديث ؟

ثالثا : هل للفئة في المنطق نوع واحد أم عدة أنواع ؟ و ما موقف أرسطو من ذلك في بناء نسقه المنطقي ؟

رابعا : هل التضمن بالنسبة لمنطق الفئات يمثل علاقة جوهرية أم علاقة ثانوية ؟

خامسا : هل المنطق الحديث في مناقشة نظرية الفئات اختلف عن مناقشة أرسطو لهذه النظرية أم ارتبط بالنسق المنطقي الأرسطي ؟

سادسا : هل منطق الفئات ينطوي علي مغالطات يجب تجنبها و نجم عنه مفارقات لابد من وسيلة لحلها ؟

هذا بالإضافة إلي العديد من الإشكاليات الأخرى .

و هذا الموضوع لم يعالج بشكل مستقل في بحوث أكاديمية فلا نجد كتاب أو رسالة عالجت منطق الفئات و جذوره الأرسطية ، إلا أننا نجد كتباً كثيرة تناولت من بين ما تناولته هذا الموضوع بصورة عامة تتفق و أهداف هذه الكتب .

لذا كان لزاما علينا أن نناقش منطق الفئات من زاوية تتفق و المنطق الرمزي الحديث مع الرجوع بكل جزئية إلي المنطق الأرسطي لتحديد المدى الذي ساهم به أرسطو في وضع الأساس الأول لمنطق الفئات ، لذلك استخدمنا في دراسة هذا الموضوع المنهج التحليلي بشكل عام و بجانب هذا المنهج عدة مناهج و خصوصا المنهج المقارن و المنهج التاريخي و كل منهما يتم اللجوء إليه حسبما يقتضي سياق البحث .

ويتألف البحث من خمسة فصول تسبقهم مقدمة و تلحقهم خاتمة .

الفصل الأول و هو بعنوان : تحديد معنى الفئة و أنواع الفئات

نتناول في هذا الفصل تحديد معنى الفئة عن طريق المفهوم و الماصدق و أيضا علاقة الفئة بدالة القضية ، كذلك نتناول في هذا الفصل بالتحليل حصر لأنواع الفئات و علاقة كل نوع بالأنواع الأخرى و موقف أرسطو من كل نوع من هذه الأنواع .

الفصل الثاني : و هو بعنوان أرسطو و منطق الفئات

و نناقش في هذا الفصل تحديد معنى الفئة في المنطق الأرسطي و الدور الذي لعبته نظرية الفئات في هذا المنطق ، و الكشف عن الفئات التي أفسح أرسطو لها المجال لتشارك في بناء نسقه المنطقي و أيضا الفئات التي لم يفسح لها المجال لتشارك في هذا البناء ، وذلك من خلال مناقشة الحدود الكلية و الجزئية و أيضا الحدود الموجبة و الحدود السالبة بالإضافة إلي الجنس و النوع و كذلك التقسيم و التصنيف و التركيز علي نظريته في القياس و أخيراً موقف المنطق الرواقي من المنطق الارسطي من زاوية منطق الفئات

الفصل الثالث : و هو بعنوان التضمن و منطق الفئات .

و نناقش فيه مفهوم التضمن و علاقته بالفئات و الفرق بين التضمن و الهوية و أيضاً الفرق بين التضمن و التضمن الأصيل Proper Inclusion ، كما نفرق بين التضمن Inclusion و الانتماء Membership ، و تحديد علاقة الفئة ذات العضو الواحد بالفئات الأخرى هل علاقة تضمن أم علاقة انتماء ، مع الرجوع بكل جزئية من هذا الفصل إلي المنطق الأرسطي لتحديد الدور الذي لعبه التضمن بين الفئات في بناء النسق الأرسطي و موقف أرسطو من كل العلاقات التي تجانب التضمن في بناء نسقه المنطقي .

الفصل الرابع : و هو بعنوان حساب الفئات في المنطق الحديث

و نتناول في هذا الفصل أهم العمليات و المبادئ القائم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث و هل أفسح المنطق الحديث المجال للفئة ذات العضو الواحد لتشارك بناء النسق المنطقي لمنطق الفئات ؟ و هل هذه العمليات لها جذور أرسطية أم هي من إبداع المناطقة المحدثين ؟ و هل لهذه العمليات و المبادئ ما يماثلها في حساب القضايا ؟ لذا نقوم بعرض لعملية الضرب المنطقي وكذلك الفئات ذوات العضو الواحد وهذه العملية وموقف أرسطو من هذه العملية وأيضاً عملية الجمع المنطقي وإجراء هذه العملية على الفئات ذوات العضو الواحد كما نقوم بالتفرقة بين الفصل القوي Strong Disjunction والفصل الضعيف Weak Disjunction وموقف أرسطو من هذه العملية وأخيراً المبادئ التي يقوم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث

الفص الخامس : و هو بعنوان المغالطات و المفارقات و منطق الفئات

و هذا الفصل يمثل أهمية خاصة حيث نناقش فيه أهم المغالطات التي ينطوى عليها منطق الفئات و كيفية تجنبها و هل لأرسطو دور في التنبيه علي هذه المغالطات وذلك من خلال عرضنا لمغالطة الاشتراك و مغالطة التقسيم و التركيب و أيضا أغاليط

النمط ، كما نتناول في هذا الفصل أهم المفارقات التي ارتبطت بمنطق الفئات وهل استطاع أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي الابتعاد عن هذه المفارقات أم أن لهذه المفارقات جذور أرسطية وذلك من خلال عرضنا لمفارقة كانتور و مفارقة رسل و مفارقة الفئة الفارغة The Paradox Of Null Class ، و أخيراً نناقش نظرية الأنماط التي قدمها رسل كحل لهذه المفارقات مع الرجوع إلي المنطق الأرسطي .

الفصل الأول

تحديد معنى الفئة وأنواع الفئات

تمهيد :

ينقسم هذا الفصل إلي مبحثين أساسيين أولهما نحاول فيه تحديد معنى الفئة وذلك عن طريق المفهوم و الماصدق و أيضا عن طريق العلاقة بين الفئة و دالة القضية ، أما المبحث الثاني من هذا الفصل نناقش فيه أنواع الفئات و علاقة كل نوع بالأنواع الأخرى مع الرجوع بكل نوع إلي المنطق الأرسطي .

أولا : تحديد معنى الفئة

فكرة الفئة أساسية في المنطق ، و تحديد معناها من أهم و أصعب ما تتعرض له الفلسفة الرياضية فضلاً عن أن الفئة تصور أساسي جدا فموضوعه يحتاج في علاجه إلي غاية العناية و الدقة ، لذا فالفئة تعين إما عن طريق المفهوم و إما عن طريق الماصدق. [1]

فإذا كان الأمر كذلك فما وجه الاختلاف بين تعريف الفئة عن طريق المفهوم و تعريف الفئة عن طريق الماصدق ؟ نجد تعريف الفئة عن طريق الماصدق قائم علي الأعضاء التي تصدق عليهم الفئة في حين تعريف الفئة عن طريق المفهوم قائم علي الخصائص المشتركة بين أعضاء الفئة ، [2] فعندما نقول فئة المواطن الأمريكي فالتعريف بالماصدق يكون جميع الأفراد الذين يعيشون في أمريكا و التعريف بالمفهوم يكون جميع الخصائص المشتركة بين الأفراد الذين يعيشون في أمريكا ، [3] و هذا يعني أن التعريف الماصدقي للفئة يعتمد علي قائمة الأفراد التي تندرج تحت الفئة أو حصر لجميع الأفراد التي تندرج تحت الفئة في حين أن التعريف المفهومى للفئة يعتمد علي مجموعة **G roup** الخصائص المشتركة بين أفراد **Individuals** الفئة و التي تميزها عن غيرها من الفئات ، و علي ذلك معنى التصور يسمي مفهوم **Intention** الفئة و ما يصدق عليه التصور يسمي ماصدق **Extention** الفئة. [4]

---

١ - برتراندرسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ترجمة محمد مرسى أحمد ، أحمد فؤاد الأهوانى ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٦٥ ، من ص ١٢١ إلى ١٢٦

2 - H. A. Basson, and D. J. O'connor, op. cit. P. 149 .

3 - R. M.. Eaton ,: " **General logic** " , An introductory survey charles, scribner,s sons, London, 1931, P. 235

4 - S. Langer, "**An introduction to symbolic Logic**" Dover publication , Inc. New York, 1967, P. 130

و يقول رسل ، " الفلاسفة قد تعود و اعتبار المفهوم أكثر أساسيا في حين جرى العرف The Usage بأن الرياضة تبحث بوجه خاص في الماصدق " ، [١] بمعنى إذا كان التعريف المفهومي للفئة يعتمد علي معنى التصور النابع من الخصائص المشتركة بين أعضاء الفئة فهذا يتفق مع تفكير الفلاسفة القائم علي المعاني الكلية ، لذا يكون المفهوم أساسيا في تحديد معنى الفئة عند الفلاسفة ، و إذا كان التعريف الماصدقي للفئة يعتمد على قائمة الأعضاء التي تندرج تحت الفئة فهذا يتفق مع المنهج الرياضي ، لذا يكون تعريف الفئة عن طريق الماصدق أساسيا بالنسبة للرياضيين .

و يقول رسل : إذا كان تعريف الفئة يقوم علي الماصدق أو المفهوم يعني إننا نعرف نوع الشيء الذي هو الفئة أو نوع التصور الذي يدل علي الفئة و هذا هو المعنى الدقيق للتقابل بين الماصدق و المفهوم [٢] في تحديد معنى الفئة وهذا يعني إننا عن طريق تعريف بالماصدق نستطيع أن نحدد الأعضاء التي تندرج تحت الفئة وعن طريق التعريف بالمفهوم نستطيع أن نحدد الخصائص المشتركة التي تحتويها الأعضاء المندرجة تحت الفئة .

و بالنسبة لتحديد معنى الفئة عن طريق التعريف بالماصدق و الذي يقوم علي الأعضاء التي تندرج تحت الفئة فمن المؤيدين لهذا الاتجاه كويتراه و الذي يقرر بوجه عام في كتابه عن " ليبنتز " أن المنطق الرمزي لا يمكن أن يبنى إلا علي أساس الماصدق ، [٣] و على ذلك يقرر كوتيراه بأن تعريف الفئة يكون قائما عن طريق الماصدق ولا مجال للمفهوم في تعريف الفئة ، و من المؤيدين أيضا لتحديد معنى الفئة عن طريق الماصدق ، كل من بيسون و أكونر في كتابهما " مقدمة في المنطق الرمزي " ، وذلك بقولهما ، تعريف الفئة عن طريق الماصدق ملائم Convenient و ضروري Necessery في المنطق ، [٤] فإذا كان اهتمامهما في تعريف الفئة منصبا علي الماصدق دون المفهوم ، فهل هذا بالنسبة لهما جاء من فراغ أم كان لهما مبررات لهذا الموقف ؟ في الحقيقة كان لهما مبرر مقنع و قوي لإقناعنا بهذا الاتجاه ، و هو أحيانا نجد

---

١ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٢١ .

٢ - نفس المرجع ، ص ١٢٦ .

٣ - نفس المرجع ، ص ١٢١ .

4 - Basson, and O'connor , op. cit. P. 149

فئـة ذات عضـو واحـد و لا توجـد خـواص مشـتركة Common Properties لأعضـاء الفئـة ، [1] أي يوجد أحيانا فـرد يحمـل خـواص فريـدة لا تحملـها الأفـراد الأخـرى التـي تنـدرج تحت الفئـة و هذا الفرد يمثل فئـة ذات عضـو واحـد ، و بذلـك يكـون تعريـف الفئـة عن طريـق المفـهوم فقـد الخاصيـة الأساسـية القـائم عليـها لتحديـد معنـى الفئـة و هـي و جـود خـواص مشتركة بين أعضاء Members الفئـة .

و لزيـادة التـأكيد علـي موقفـهما نجـد عندهمـا المثـال التـالي ، عندمـا نقـول ملـوك إنجلـترا الذيـن تزوجـوا سـت زوجـات و توفـى عـام ١٥٤٧ فتكـون إمـا صادقـة أو كاذبـة أو تكـون بـلا معنـى ، [2] أي هـذه الخصـائص فريـدة و لا يحملـها إلا شـخص واحـد فقـط و هـذا الشخص يمثل فئة ذات عضو واحد Unitclass

أما عن تحديد معنى الفئة عن طريق التعريف بالمفهوم والقـائم علـي الخـواص التـي تشترك فيها جميع أعضاء فئة ما ، أي الخصائص المشتركة بين جميـع أعضـاء الفئـة ، لـذا فالفئـة المفهوميـة مـا هـي إلا مجموعـة مـن الأعضـاء التـي تحتـوي علـي بعـض الخـواص المشتركة و التـي تعين لفظ الفئة من خلال تلك الخواص . [3]

و يقول رسل في كتابه مقدمـة للفلسـفة الرياضيـة ، نحـن لا يمكـن أن نـأخذ الفئـات بالطريقة الماصدقية البحتـة علـى إنـها مجـرد أكـوام أو تجمعـات و لـو حـاو لنـا أن نفعـل ذلـك لوجدنا إنه من المستحيل فهم كيف أن توجد فئـة كالفئـة الفارغـة التـي ليس لـها أعضـاء فـي الواقـع ولا يمكـن اعتبارهـا كومـا ، [4] و ليـس معنـى ذلـك أن رسـل يرفـض التعريـف الماصدقي لتحديد معنـى الفئـة و لكنـه حـاول أن يضـع مـبررا لتـأكيد أن التعريـف المـاصدقي للفئـة يوجـد فيـه ثغـرات تقلـل مـن قيمتـه المنطقيـة و هـذه الثغـرات جعلـت بعـض المناطقـة المحدثين حاولوا البحث عن اتجاه أخر لتعريف الفئة .

---

1 - Ibid. p. 149

2 - Ibid. p. 150

3 -Ibid . P. 149

٤ - برتراند رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ترجمة محمد مرسى أحمد و أحمد فؤاد الأهواني . مؤسسة سجل العرب ، القاهرة ، ١٩٦٢ ، ص ٢٦١ .

و من المؤيدين لتحديد معنى الفئة عن طريق المفهوم ألكسندر ، حيث يقول في كتابه مقدمه في المنطق ، تعريف الفئة عن طريق الماصدق ينتج عنه صعوبة في تقديم الفئة الفارغة [1] The Nullclass و هنا نلاحظ أن الكسندر يؤيد رأي رسل و هو أن التعريف الماصدقي للفئة يقوم على الأعضاء التي تصدق عليها الفئة و أن الفئة الفارغة لا تحتوي على أعضاء ، لذا لا نستطيع تحديد معنى الفئة الفارغة عن طريق التعريف الماصدقي ، فإذا قلنا فئة العفريت فهذه الفئة لا نستطيع تحديدها عن طريق الماصدق لعدم احتوائها على أعضاء تصدق عليها .

و كذلك من المؤيدين لهذا الاتجاه بيانو حيث يقول بوشنسكي في كتابه ، تاريخ المنطق الصوري ، من المؤيدين لتعريف الفئة عن طريق المفهوم بيانو ، [2] و لكن بوشنسكي لم يوضح لنا المبررات التي اعتمد عليها بيانو لتأييده لهذا الموقف .

و من خلال المبررات التي اعتمد عليها المؤيدون لتحديد معنى الفئة عن طريق الماصدق و المؤيدين لتحديد معنى الفئة عن طريق المفهوم ، جعل بعض المناطقة المحدثين يبحثون عن اتجاه ثالث و هذا الاتجاه لا يقف عند تعريف الفئة عن طريق الماصدق فقط ، ولا يقف عند تعريف الفئة عن طريق المفهوم فقط ، و لكن حاول فيه المناطقة المحدثون الجمع بين المفهوم و الماصدق لتحديد معنى الفئة .

و يرى بوشنسكي ، بأن رسل من المؤيدين لهذا الاتجاه و يعتمد على ذلك من خلال تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية **p roposition Function** حيث يقول بوشنسكي ، على الرغم من أن رسل يستخدم المفهوم في البرنكيبا لتعيين معنى الفئة ، لكنه في الأساس يستخدم تصور **C onception** دالة القضية في تحديد معنى الفئة و ان دالة القضية نفسها تفهم إما بالمفهوم أو بالماصدق ، [3] و هنا نجد بوشنسكي يقرر بأن رسل يكون من المؤيدين لهذا الاتجاه ، طالما لكي نضع عضوا يحل محل المتغير في دالة القضية لابد أن يحمل خصائص هذه الفئة المراد **Replacement**

---

1 -**P. Alexander** , " An introduction to logic " George Allen and Unwind, ITD, London, n.d . P. 155

2 - I. M. **Bochenski** , " **Ahistory of formal logic,**" chelsea publishing, companay , New York , 1970, P. 363

3 - Ibid. P. 362

تحديدها و بذلك يشترك المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة ، فالخاصية المشتركة بين أعضاء الفئة تلك التي تنفرد بها عن غيرها من الفئات هي التي تعطي معنى لمصدقات الفئة.[١]

و أيضا من المؤيدين لهذا الاتجاه إيتون ، حيث يقول في كتابه المنطق العام ، فكرة المفهوم و الماصدق بالنسبة لتحديد معنى الفئة متممان لبعضهما ، [٢] و هنا يقرر إيتون بأن المفهوم يحتاج للما صدق و الماصدق يحتاج للمفهوم ولا نستطيع الاستغناء عن أحدهما مقابل الأخر في تحديد معنى الفئة .

و نجد لهذا الاتجاه مبررات اعتمد عليها المناطقة المؤيدون له حيث يقول رسل في كتابه أصول الرياضيات ، فمن الناحية المنطقية فإن التعريف بالماصدق يبدو منطقيا علي الفئات غير المتناهية **In Finite** و الفئات المتناهية **Finite** علي حد سواء ، غير أنه من الناحية العملية لا يمكننا ذلك يبدو أذن إن الماصدق و المفهوم من الناحية المنطقية يقفان علي قدم المساواة ، [٣] و على ذلك فالتعريف الماصدقي للفئة يعجز عن تعريف الفئات اللا متناهية ، لذا تتساوى أهمية المفهوم و الماصدق بالنسبة لتحديد معنى الفئة.

و يضرب لنا بوشنسكي مثالا ليؤكد به رأى رسل حيث يقول في كتابه تاريخ المنطق الصوري ، لو أخذنا فئة الإنسان و هي فئة لا متناهية فلا نستطيع تعريفها عن طريق الماصدق لأننا لا نستطيع حصر **Restriction** كل أفرادها علي الرغم من أن تعريف الفئات اللا متناهية يكون تعريفا ماصدقيا في حين تعريف الفئات المتناهية يكون تعريفا مفهوميا [٤] أي إذا كان التعريف الماصدقي يقوم علي حصر كل أفراد الفئة و في نفس الوقت عجز عن تحديد أعضاء الفئة اللا متناهية مثل فئة الإنسان و بهذا يكون التعريف الماصدقي فقد الخاصية الأساسية التي تميز بها عن التعريف المفهومي للفئة.

و لأهمية الجمع بين المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة ، نجد العلاقة بين المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة علاقة طردية ، فلو كان لدينا فئة الورود الحمراء فإنها تحتوي علي أعضاء أقل من فئة الورود فقط لأن فئة الورود الحمراء تحتوي علي خصائص أكثر من الخصائص التي تحتويها فئة الورود فقط ، فكل عضو يندرج تحت فئة الورود الحمراء لابد أن يجمع بين خصائص الورود و خصائص الأشياء

---

١ - د/ محمد مهران ، " مقدمة فى المنطق الرمزى " ، ص ٢٤٣ .

2 - Eaton, op. cit. P. 243.

٣ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٢٦ .

4 - Bochenski, " Ahistory of formal logic". P. 362

الحمراء في حين كل عضو يندرج تحت فئة الورود يحمل خصائص فئة الورود فقط ، لذلك تكون الأعضاء التي تندرج تحت فئة الورود أكثر من الأعضاء التي تندرج تحت فئة الورود الحمراء ، [١] لذا نستطيع القول كلما زاد مفهوم الفئة قل ما صدق هذه الفئة و العكس صحيح ، و من خلال المثال السابق الذي ذكره لنا ريشنباخ نستطيع القول بأن ريشنباخ يكون من المؤيدين لهذا الاتجاه و هو الجمع بين المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة .

و إذا كان المفهوم و الماصدق متممين لبعضهما في تحديد معنى الفئة ، فهل أهمية المفهوم تكون مساوية لأهمية الما صدق ؟ يجيب علي هذا السؤال كل من لويس و لانجفورد ، بأنه لا غني عن المفهوم أو الما صدق في تحديد معنى الفئة و أن أهمية المفهوم تماثل أهمية الماصدق فى جزء كبير ولكن أهمية المفهوم لا تكون مساوية بنفس النطاق مع الماصدق [٢] ومن خلال هذا النص نجد أنهما يحاولان إبراز قيمة الماصدق فى تحديد معنى الفئة وفى الحقيقة لا يقللان من أهمية المفهوم بالنسبة لتحديد معنى الفئة ولكنهما يقرران بأن أهمية الماصدق تكون أوسع من أهمية المفهوم فى تحديد معنى الفئة

وعلى الرغم من وجود اتجاهات متعددة لتحديد معنى الفئة والذى حاول مؤيد كل اتجاه أن يضع مبررات ليدافع بها عن موقفه ، إلا أن بوشنسكى ، يرى أن تحديد معنى الفئة فى المنطق الحديث تتم عن طريق الماصدق ، حيث يقول إن الممارسة العملية للفئات تكون ماصدقية ، [٣] ونحن نتفق مع رأى بوشنسكى لأن المناطقة المحدثين والمعاصرين من خلال ممارستهم الفعلية للفئات لم يضعوا فى اعتبارهم إلا الماصدق وخصوصا رسل ، وعلاوة على ذلك ، بالنسبة للفئة الفارغة والذى اعتمد عليها مؤيدو الاتجاه المفهومى بأن تحديد معنى الفئة عن طريق الماصدق يعجز عن تحديد الفئة الفارغة فإن مفهوم الفئة الفارغة قام على التعريف الماصدقى والذى يعتمد على الأعضاء التى تصدق عليها الفئة ووجود لفظ لا ينطوى على أعضاء فى الواقع نطلق عليه فئة فارغة يكون من خلال التعريف الماصدقى للفئة.

و إذا كانت الممارسة العملية للفئات في المنطق الحديث تقوم علي الماصدق ، فما الحال بالنسبة لتحديد معنى الفئة عند أرسطو ؟ ، نجد بلانشي في كتابه المنطق و تاريخه يقول ، لم يكن بمستطاع أرسطو أن يقف حصرا عند زاوية الماصدق و حدها و لا عند

1 - H. Reichenbach, " **Elements of symbolic logic**" the free press, New York, 1966, P. 195
2- Lewis , and Langford, op. Cit. P. 49
3 - Bochenski , " **A history of formal logic**" P. 362

زاوية المفهوم و حدها و ليس فقط منطقه بل كل فلسفته كانت تحول دون التضحية بهذا أو بذاك ، [١] و هنا نجد بلا نشي يرى بأن تحديد معنى الفئة في المنطق الأرسطي يقوم علي المفهوم و الماصدق في نفس الوقت و من خلال بناء النسق المنطقي الأرسطي و القائم علي نظرية الفئات نجد أن تحديد معنى الفئة عند أرسطو قائم علي المفهوم و الماصدق لأن العلاقة الأساسية بين الفئات الأرسطية هي علاقة التضمن بين الفئات يتطلب المفهوم و الماصدق معاً لأن ترتيب الفئات لا يعتبر منطقياً ما لم نعرف الخصائص التي تحتويها كل فئة

وإذا كان تحديد معنى الفئة عند أرسطو يقوم علي المفهوم و الماصدق معاً ، فهل درجة أهمية المفهوم مساوية لدرجة أهمية الماصدق في تحديد معنى الفئة عند أرسطو ؟ ، يقول بلا نشي ، يبدو أن أرسطو يحافظ علي كفتي الميزان المتساويتين ما بين المفهوم و الماصدق [٢] في تحديد معنى الفئة .

علاقة الفئة بدالة القضية

بجانب تحديد معنى الفئة عن طريق التعريف بالمفهوم و التعريف با لما صدق نستطيع تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية ، فإذا كانت الفئة هي ما صدق التصور الذي يصدق عليه التصور the conception ، [٣] و الممارسة الفعلية للفئات تتطلب التعامل مع الأعضاء التي تصدق عليهم الفئة ، لذا نعرف الفئة عن طريق دالة القضية ، The Proposition Function [٤]

الفئة عبارة عن مجموعة الأعضاء التي تحقق صدق دالة قضية ، فكل عضو يحل محل المتغير س في الدالة القضية ⌀س و يحول دالة القضية إلي قضية صادقة يكون عضواً في الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، و نجد هذا التعريف للفئة عند كل من أمبروز و ليزروتيز في كتابهما المنطق الرمزي و ذلك بقولهما ، الفئة هي مجموعة الموجودات التي تحتوي خصائص معينة أو جميع الموجودات التي تحقق صدق داله قضية معينة فإذا قلت " س مذكر " كانت جميع الأعضاء التي يمكن أن توضع مكان المتغير س

---

١ - روبير بلانشي ، " المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل " ، ترجمة خليل أحمد خليل ، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر ، لبنان ، ص ٥٠ .

٢ - نفس المرجع و الصفحة .

3 - Langer , op. cit. P. 117

4 - Reichenbach , op. cit. P. 193

لكي تتحول هذه الدالة " س مذكر " إلى قضية صادقة أعضاء للفئة المراد تحديدها [١] و يقول مالتز ، أيضا في كتابه المنطق الرياضي ، الفئة تتكون من الموضوعات الكافية لتحقيق شرط ، نقول أ يمكن أن يُعرف بواسطة الدالة (س) (س أ) التي تقرأ مجموعة جميع الأعضاء س بحيث تكون الدالة أ (س) صحيحة [٢] و أن كل دالة قضية يتوقف تحويلها إلي قضية علي الأعضاء التي تحل محل المتغير س ، حيث يقول رسل في كتابه أصول الرياضيات ، " ∅س دالة قضية إذا كانت لكل قيمة value من قيم س إذن ∅س قضية تتعين إذا تعينت س " ، [٣] أي أن دالة القضية ∅س التي تحتوي المتغير س تصبح قضية عندما تحدد معنى معيناً ، [٤] فإذا كان لدينا دالة قضية " س مدخن " يوجد علي الأقل شخص يدخن أي يحقق صدق دالة القضية ،[٥] و هنا نجد أن الهدف من وضع أعضاء تحل محل س في الدالة السابقة أن نحدد الأعضاء التي تندرج تحت فئة المدخنين و كذلك لو قلت " س إنسان " هذه الفئة تعين عن طريق دالة القضية بحيث نقول سقراط إنسان ، أفلاطون إنسان ...... الخ ، [٦] و إذا كان المتغير س في دالة القضية تحل محله أعضاء ، و نظراً لوجود أعضاء تكون ملائمة للفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية و أعضاء إخرى لا تكون ملائمة للفئة المراد تحديدها ، فإن القضية الناتجة عن دالة القضية بعد تعويضنا عن المتغير س أحيانا تكون صادقة و أحيانا تكون كاذبة ، بمعنى إذا قلنا " س إنسان " ينتج عنها قضية صادقة و أخرى كاذبة [٧] ، ففي حالة تعويضنا عن س في دالة القضية السابقة بسقراط ، فالقضية الناتجة عنها تكون صادقة و في حالة تعويضنا عن س في هذه الدالة بقط تكون القضية الناتجة عنها كاذبة ، و لكن ما الذي يجعل القضية الناتجة عن دالة القضية بعد تعويضنا عن المتغير بأعضاء إما تكون صادقة و إما كاذبة ، يقول كل من لويس و لانجفورد في كتابهما المنطق الرمزي ، بالنسبة لأي متغير في دالة القضية يحتوي معنى لفئة معينة ، فالمتغير س في دالة القضية "س فان" متضمن في ترتيبه لمعنى فئة معينة فلو عوضنا عن المتغير س في هذه الدالة بسقراط يكون صحيحاً [٨] لأن سقراط يحمل خصائص فئة الفانين و بذلك تصبح القضية الناتجة عن

---

1 - A . **Ambrose**, and M . **Lazerowitz** , " **Fundamentals of symbolic logic** ", Holt Rinehard and winston, Inc, New York , 1944, P.220

2 - J. **Malitz** , " **Introduction to mathematical logic** ", comutable functions model theory, springer – verlag , New York , n.d. P.2

٣ - رسل " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٤ .

4 - A. **Dumitriu**, " **History of logic**" vol, 4 , abacaspress tumbrldge wells , kent, 1977, P. 94

5 - J.M. **Bochenski** , " **Aprecis of Mathematical logic.**" Reidel publishing company, Dored recht , Holland , 1959, P. 44

6 - **Eaton** , op. cit. P. 410

7 - **Ambrose**, and **Lazerowitz**, op. cit. P. 220

8 - **Lewis** , and **Langford**, op. cit. P. 90

هذه الدالة صادقة ، أما إذا عوضنا عن المتغير س بفرد لا يحمل خصائص الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية تكون القضية الناتجة عنها في هذه الحالة كاذبة ، لذا فكل مدخن البايب يكون عضواً في فئة مدخني البايب و كل جبل في الألب يكون عضواً في فئة جبال الألب . (١)

و علي ذلك إذا و ضعنا قيماً غير ملائمة Not Convenient لتحل محل المتغير س في دالة القضية Ø س ، فإن القضية الناتجة عنها في هذه الحالة تكون كاذبة و إذا و ضعنا قيماً ملائمة Convenient لتحل محل المتغير س في دالة القضية Ø س ، فإن القضية الناتجة عنها تكون صادقة .

و من ناحية أخرى إذا قلنا " س إنسان " و عوضنا عن س بسقراط هنا نجد سقراط عضواً في فئة الناس أي يحمل خصائص فئة الناس ، فعلاقة سقراط بفئة الناس تختلف عن علاقة سقراط بالمحمول إنسان ، (٢) أي أن علاقة سقراط بفئة الناس أنه عضو فيها في حين علاقة سقراط بإنسان انه يحمل خصائص الإنسان

و يرى رسل بأن الهدف الأساسي من تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية هو الكشف عن مفهوم الفئة الفارغة ، ففي حالة عدم و جود أعضاء تحقق صدق دالة القضية و تحولها إلي قضية صادقة ، فإن الفئة المراد تحديدها في هذه الحالة عن طريق دالة القضية تكون فئة فارغة ، حيث يقول : الأسباب التي تحملنا علي تعريف الفئة عن طريق دالة القضية هي إننا محتاجون إلي أن نهئ لفكرة الفئة الفارغة ، (٣) فإذا قلنا س عفريت أو س نسر (٤) ، فإننا لا نستطع أن نعوض عن المتغيرات في الدوال السابقة بأعضاء و ذلك لعدم وجود أعضاء تحمل خصائص فئة العفريت أو أعضاء تحمل خصائص فئة النسر و بذلك تكون فئة العفريت فئة " فارغة " و أيضا فئة النسر تكون فئة " فارغة ".

و يرى ريشنباخ ، ان تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية أحيانا يكون تعريفا مفهومياً و أحيانا يكون تعريفا ماصدقيا ، حيث يقول ، ان تعريف الفئة عن طريق دالة القضية أحيانا نقول انه تعريف مفهومي و هذا النوع من التعريف يكون مميزاً عن التعريف الماصدقي الذي يقوم على قائمة من الأعضاء (٥) ، و أيضا يرى رسل ان تحديد معنى الفئة عن طريق

---

1 - Bochenski , " Aprecis of Matematical logic" , P. 55

2 - Eaton , op. cit. P. 414

٣ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٤ .

4 - Ambrose, and Lazerowitz , op. cit. P. 229

5 - Reichenbach, op. cit. P. 193

دالـة القضيـة يكـون قائمـاً علـى التعريـف المفـهومي و التعريـف المـاصدقي و ان التعريـف الماصدقي يكـون أوسـع فـي النطـاق مـن التعريـف المفـهومي و خصوصـا فـي الممارسـة العملية للفئات ، حيث يقول ، عندمـا لا تكون الدالـة ماصدقيـه سنسـميها دالـة مفهوميـة بحيث أن جميـع الناس فانون أعتقد إنـها دالة مفهوميـة ، " س إنسـان" أو " س فـان " و هكـذا فـي حيـن الدالـة الماصدقية لدالة س قـد تعبر للأغراض العمليـة دوال للفئـة التـي تحددهـا س علـي حيـن لا يمكـن اعتبار الـدوال المفهوميـة كذلـك [1] ، و علـى الرغـم مـن أن رسـل يـرى بـأن تحديـد معنـى الفئـة عن طريـق دالـة القضيـة يكـون أحيانـا تعريفـاً مفــهومياً و أحيانـا يكـون تعريفـا ماصدقيـا و أن التعريـف المـاصدقي يكـون هـو الأسـاس فـي تحديـد معنـى الفئـة عن طريـق دالـة القضيـة ، فـإن الممارسة الفعليـة للفئـات التـي قـام بـها رسـل تؤكـد أنـه يتعـامل مـع الفئـات مـن منطلـق التعريـف الماصدقي فقط و لم يفسح المجال للتعريف المفهومي في الممارسة الفعلية للفئات .

و إن تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضيـة ينتـج عنـه علاقـة جانبيـة أخـرى بجـانب علاقة التضمن القائمة بين الفئات و هي علاقـة الانتمـاء و التـي تقـوم بيـن العضـو و الفئـة ، فكـل عضو يحقق صدق دالـة القضية و يحولها إلي قضية صادقة هذا العضـو ينتمـي إلـي الفئـة المـراد تحديدها عن طريـق دالـة القضيـة ، فـإذا كـانت الصيغـة س (أ س) تعبر عن فئـة جميـع الأفـراد التي تحتوي خصائص الفئة أ ، فإن ∅ س دالة قضيـة تحتـوي علـي المتغير س و يحـل محلـه جميع الأفـراد التـي تحقـق صـدق دالـة القضيـة [2] و ان كل فـرد يحـل محـل المتغير س فـي دالـة القضية يكون عضواً في الفئة المراد تحديدها ، فـإذا كـان س عضـواً فـي الفئـة أ ، فـإن س ينتمـي إلي الفئة أ أي س ∈ أ. [3]

و ان تحديـد معنـى الفئـة عـن طريـق دالـــة القضيــة لا يشــترط فيــه عــدداً معينــاً مــن الأعضاء لتحل محل المتغير بـل يلـزم علـي الأقل عضـو ليحـل محـل المتغير فـي دالـة القضيـة و يحولها إلي قضية صادقة و تكون الفئة في حالــة و جـود عضـو فقط يحـل محـل المتغير و يحـول دالة القضية إلي قضية صادقـة فئـة ذات عضـو واحـد **Unit Class** ، فلـو قلنـا س عميـد الأدب العربي لا نجد إلا شـخصاً واحـداً يحقـق صـدق هـذه الدالـة و يحولـها إلـى قضيـة صادقـة و هو طه حسين و بذلك تكون الفئة المراد تحديدها في هذه الحالة فئة ذات عضو واحد .

١- رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ٢٦٥ .

2 - I. M. **Copi**, " **symbolic logic**" the macmillan company New York , 1967, P. 341

3 - W.V.O. **Quine** , " **Mathematical logic,**" Harved university press, London, 1961, P. 122

و يرى ديمتريو إذا كنا نستطيع تحديد معنى الفئة أ عن طريق الدالة س أ فإننا نستطيع أيضا أن نحدد معنى الفئة المتممة أ´ عن طريق الدالة ~س أ طالما الأعضاء التي تحقق صدق دالة القضية س أ في نطاق الفئة الشاملة ، حيث يقول في كتابه تاريخ المنطق ، الصيغة ~ Øس تعني بأنها دالة قضية إخرى غير الدالة Øس ، لذلك كل قيمة تحقق صدق الدالة ~ Ø س تكون متناقضة مع القيمة التي تحقق صدق الدالة Øس و العكس بالعكس **Vice Versa** [1].

و إذا كنا نحدد معنى الفئة عن طريق دالة القضية ، فإن الخصائص التي تحملها دالة القضية هي نفس الخصائص التي تحملها الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، حيث يقول رسل : بعض الأشياء التي يمكن أن تقال عن دالة تعبر علي إنها تقال عن الفئة المحددة بالدالة . [٢]

كما يوجد بين دوال القضايا تكافؤ صوري ، فإذا استبدلنا " س إنسان " بـ " س فان " يكون تكافؤ صوري **Formal Equivalance** بين الدالتين و إن عبارة جميع الناس فانون لا يمكن اعتبارها علي إنها تدور حول الفئة المحددة بإحدى الدالتين لان قيمة صد قهما قد تتغير مع استبدال دالة مكافئة صوريا مما يترك الفئة دون تغيير ،[٣] فإذا قلنا سقراط إنسان يكون فئة صورية لـ سقراط فان و يكون تكافؤ صوري بين الفئتين المراد تحديدهما عن طريق الدالتين " س إنسان " و " س فان ". [٤]

و يقول رسل ، " أن دالتي قضيتين متكافئتان صوريا عندما يكون كلتاهما صادقة أو كلتاهما كاذبة ، و أن دالتي القضيتين Ø س ، ن س يكونان متكافئتين صوريا عندما تكون الدالة Ø س مكافئة دائما للدالة ن س ". [٥]

كما لاحظ رسل ، أن و جود اختلاف بين دوال القضايا و الفئة من حيث التكافؤ ، فتكافؤ الفئات يلزم عنه تكافؤ الدوال التي تحدد تلك الفئات في حين أن تكافؤ الدوال لا يلزم عنه تكافؤ الفئات ، فتكافؤ الدوال يقوم إذا كانت جميع الدوال صادقة أو جميع الدوال كاذبة ، فمن السهل أن نجد دالتين متكافئتين مع الاختلاف في الفئتين المراد تحديدهما عن طريق هاتين الدالتين ، و مع ذلك في رأى رسل مادامت الفئة يتم تحديدها عن طريق دالة القضية

---

1 - A. Dumitriu, " History of logic" vol, 4, P. 94

٢ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ٢٦٤ .

٣ - نفس المرجع ، ص ٢٦٥.

4 - Eaton , op. cit. P. 418

٥ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ٢٦٢ .

فلابد أن يكون التكافؤ بين الدوال ينتج عنه تحديد فئة واحدة مهما كان عدد الدوال المتكافئة ، حيث يقول : أن وجود دوال مكافئة صوريا لدالة معلومة هو العلة في استحالة التطابق بين الفئة و الدالة لأننا نريد من الفئات أن يكون لفئتين متميزتين نفس الأعضاء بالضبط Exactly و عندئذ يتحتم على دالتي مكافئتين صوريا تحديد نفس الفئة. [١]
The Same Class

و نجد ديمتريو ، يقرر هذا المعنى بقوله ، بالنسبة لدالتي قضيتين متكافئتين صوريا يجب أن تكون لكل حجة كافية بالنسبة للدالة الأولى تكون حجة كافية بالنسبة للدالة الثانية ، أي كلا الدالتين المتكافئتين تحدد نفس الفئة ، ففئة حيوان بدون ريش تكون في هوية Identity مع فئة الإنسان ، [٢] لذا فالتكافؤ بين الدوال ينشأ عنه هوية بين الفئات .

و ان التكافؤ بين دوال القضايا في نظر كل من لويس و لانجفورد يقوم علي الأعضاء التي تصدق عليها الفئة التي تحدد عن طريق الدوال المتكافئة ولا يقوم التكافؤ بين دوال القضايا علي الخصائص التي تحتويها الفئة التي تحدد عن طريق الدوال المتكافئة ، و ذلك بقولهما ، الدالتان يكونان متكافئتين صوريا بحيث كل منهما تكون صحيحة لنفس أعضاء الفئة الوجودية و يكون التكافؤ في الماصدق ولا يكون تكافؤ في المفهوم ، [٣] و يؤكد هذا المعنى إيتون بقوله ، في منطق الفئات ما صدق دالة القضية يجب أن يكون تحت الاعتبار لان التكافؤ بين الدوال يكون قائماً على الماصدقات . [٤]

و من ناحية إخرى إذا كان المتغير في دالة القضية يندرج تحت فئتين في نفس الوقت أو يربط بين فئتين ، فإن الفئة الأولي تكون متضمنة في الفئة الثانية ، فإذا قلنا " س إنسان فان" . فإن هذه الدالة تقرر أن فئة الناس تكون متضمنة في فئة الفانين [٥] فالعضو الذي يحقق صدق الدالة يكون عضواً في الفئة الأولي و في نفس الوقت يكون عضواً في الفئة الثانية و لكن كل عضو في الفئة الثانية لا يلزم أن يكون عضواً في الفئة الأولى ، و هنا تكون الفئة الأولى متضمنة في الفئة الثانية .

و في دالة القضية التي تربط بين فئتين ، نجد أن في حالة وضع أعضاء ملائمة لتحقيق صدق دالة القضية ينشأ عن ذلك لزوم صوري بمعنى إذا قلنا " س إنسان فان " فلو

---

١ - نفس المرجع و الصفحة .

2 - **Dumitriu**, " **History of logic** ," vol, 4. P. 101

3 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 103

4 - **Eaton** , op. cit. P. 418.

5 - Ibid. P. 413

و ضعنا مكان س مثلا سقراط ينتج عن ذلك سقراط إنسان إذن سقراط فان أي إذا كان سقراط عضواً في فئة الإنسان إذن سقراط عضواً في فئة الفانين و على ذلك ينشأ عن علاقة التضمن بين فئتين علاقة لزوم صوري ، و يؤكد هذا المعنى كل من لويس و لانجفورد بقولهما ، في الحقيقة اللزوم الصوري قائم علي علاقة التضمن بين الفئة أ و الفئة ب [1] بمعنى كل عضو في الفئة أ يلزم أن يكون عضواً في الفئة ب . فإذا قلنا القطط حيوانات ينتج عن ذلك لزوم صوري **Formal Implication** يتمثل في القول بأن " س قط " يلزم عنه " س حيوان " و كذلك " كل إنسان حيوان " يكون لزوم صوري يتمثل في القول إذا كان س إنسان يلزم عن ذلك س حيوان .

كما نجد أن علاقة اللزوم الصوري علاقة متعدية **Transitive** مثل علاقة التضمن بين الفئات فإذا كان س إنسان يلزم عنه س فان و سقراط إنسان أذن سقراط فان [2] وكذلك إذا قلنا سقراط إغريقي يلزم عنه أن سقراط إنسان و سقراط إنسان يلزم عنه سقراط فان ، أي أن جميع الإغريق ناس و جميع الناس فانون أذن جميع الإغريق فانون . [3]

ونجد لدالة القضية أربع صور مختلفة ذكرها لنا إيتون فى كتابه المنطق العام :

١ - Øس : الدالة نفسها تعتبر صادقة أو كاذبة [4] بمعنى أن الدالة تكون صادقة إذا عوضنا عن المتغير س بقيم تلائم الفئة المراد تحديدها عن طريق الدالة Ø س أى تحمل خصائص هذه الفئة وتكون كاذبة إذا حل محل المتغير س أعضاء لا تحمل خصائص الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية .

٢ - (س) Ø س : الدالة تكون صحيحة بالنسبة لكل قيم س [5] أى جميع الأعضاء التى تحل محل المتغير س فى هذه الدالة تكون ملائمة وتحول دالة القضية إلى قضية صادقة .

٣ - (E س) Ø س الدالة Ø س تكون صحيحة لبعض قيم س [6] بمعنى يوجد على الأقل عضو يحقق صدق دالة القضية ويحولها إلى قضية صادقة .

٤ - س (Ø س) : بالنسبة للمتغير س تكون الدالة صحيحة وتحدد بواسطة الدالة Ø س [7]

ومن خلال تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية نستطيع الكشف عن مفهوم الفئة الفارغة والتى لا تحتوى على أعضاء تحقق صدق دالة القضية وكذلك نستطيع الكشف

---

1 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 100
2 - Ibid. P. 101
3 - Dumitriu , " History of logic" vol. 4. P. 96
4 - Eaton , op. cit.P. 411 .
5 - Ibid. P. 411
6 - Ibid. P. 411
7 - Ibid. P. 411

عن مفهوم الفئة ذات العضو الواحد وذلك فى حالة وجود عضو واحد فقط يحقق صدق دالة القضية ، وأيضا نستطيع أن نحدد الفئة المتممة لأى فئة من خلال تناقض دوال القضايا ، لذا نستطيع تحديد معنى الفئة بأنواعها من خلال دالة القضية .

أما عن تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية هل هى من إبداع المناطقة المحدثين أم لها جذور أرسطية ؟ فى الحقيقة على الرغم من أن تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية يبدو لأول وهلة أنها من إبداع المناطقة المحدثين ، إلا أن فكرة دالة القضية ترجع إلى المنطق الأرسطى، حيث يقول أرسطو ، أن الأشخاص قد تشارك الجنس والنوع مثال ذلك " إنسان ما ".[1] ومن خلال هذا النص نجد أن عبارة " إنسان ما " تعبر عن دالة القضية ، فلو قلنا سقراط إنسان نجد أن سقراط حل محل كلمة " ما " وهى التى تعبر عن المتغير س فى دالة القضية لذلك فالمناطقة المحدثون قاموا بوضع المتغير س ليعبر عن " ما " .بمعنى لو قلنا "حيوان ما " هى نفس المفهوم من الدالة " س حيوان " ، وكذلك لو قلنا " قط ما " هى نفس المفهوم من الدالة " س قط " .

وعلى الرغم من أن أرسطو وضع لنا الأساس الأول لما عرف بدالة القضية إلا أنه لم يفسح المجال لتحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية فى بنائه لنسقه المنطقى واكتفى فقط بتحديد معنى الفئة عن طريق التعريف بالماصدق والتعريف بالمفهوم .

أهم المفاهيم القائمة على دالة القضية

(ع) (ع ∈ $\hat{س}$ ∅ (س) ≡ ع ∈ $\hat{ص}$ ∅ (ص) [2]

إن وجود تكافؤ بين دالتين يلزم بأن كل عضو يحقق صدق الدالة الأولى ∅ س يحقق صدق الدالة الثانية ∅ ص

$\hat{أ}$ = $\hat{ب}$. ⊂ . (ص) (ص ∈ ∅ $\hat{أ}$ = ص ∈ ∅ $\hat{ب}$ [3]

وفى حالة وجود هوية بين فئتين أ ، ب يلزم عن ذلك أن كل عضو يحقق صدق الدالة∅ أ يحقق صدق الدالة ∅ ب فى نفس الوقت .

١ - أرسطو ، الطوبيقا ، ضمن كتاب منطق ارسطو، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، القاهرة ، مطبعة دار الكتب المصرية ، ١٩٤٩م ،ص ٥٥٥ .

.eblang , "**An introduction to Deductive logic**" , John Wiley and sons , INC , New York , n.d. P. 169

3 - Ibid. P. 169

(س) ∅س ≡ ن س . ⊂ . (س) ∅س ≡ (س) ن س .[1]

إذا كانت الدالة ∅س صحيحة لجميع قيم س ، تكافئ الدالة ن س يلزم عن ذلك أن الدالة ∅س تكافئ الدالة ن س التى تكون صحيحة لجميع قيم س .

∅س ≡ ن س . ⊂ . (E س) ∅س ≡ (E س) ن س .[2]

إذا كانت الدالة ∅س صحيحة لجميع قيم س ومتكافئة مع الدالة ن س فى حالة كونها صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أن الدالة ∅س عندما تكون صحيحة لبعض قيم س تتكافأ مع الدالة ن س عندما تكون صحيحة لبعض قيم س .

(س) ∅ س ≡ ن س ≡ (س) ~ (∅ س) = ~ (ن س) .[3]

فى حالة الدالة ∅س تكون صحيحة لجميع قيم س تكون مكافئة للدالة ن س الصحيحة لجميع قيم س ، فإن الدالة ∅ س فى حالة عدم صدقها على أى عضو تكون فى هوية مع الدالة ن س عندما لا تكون صادقة على أي عضو .

(س) ∅ س . ن س ≡ (س) ∅س . (س) ن س [4]

القول بأن كل من الدالتين ∅س ، ن س صحيحتان لجميع قيم س يتكافأ مع القول بأن الدالة ∅س صحيحة لجميع قيم س والدالة ن س صحيحة لجميع قيم س .

(E س) ∅س .V. (E س) ن س ≡ (E س) ∅ س .V. (E س) ن س .[5]

وفى حالة أن الدالة ∅ س تكون صحيحة لبعض قيم س أو الدالة ن س صحيحة لبعض قيم س يكافئ أما الدالة ∅س أو الدالة ن س تكون صحيحة لبعض قيم س .

(E س) ∅ س . ⊂ . ق ≡ (س) ∅س .⊂ . ق .

∅ س تكون صحيحة لبعض قيم س يلزم أن ق صادقة يكافئ ∅ س صحيحة لجميع قيم س يلزم صدق ق[6] بمعنى فى حالة أن تكون الدالة صحيحة لبعض قيم س يلزم عنها صدق القضية ق بعد تعويضنا عن المتغير بعضو على الأقل يكافئ بأن فى حالة الدالة ∅ س صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أن جميع القضايا الناتجة عنها بعد تعويضنا عن المتغير بقيم ملائمة تكون صادقة.

---

1 - Ibid. P. 169
2 - Ibid. P. 169
3 - Ibid. P. 169
4 - **Dumitriu**, " **History of logic**" vol , 4 . P. 97
5 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 98
6 - Ibid. P. 97

ق . ⊂ . (س) Ø س ≡ (س) ق . ⊂ . Ø س

التكافؤ قائم بين صدق ق يلزم أن الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س وأن ق صادقة يلزم بأن الدالة Ø س تكون صحيحة لجميع قيم س .[١]

ق . ⊂ . (E س) Ø س ≡ (E س) ق . ق . ⊂ . Ø س

هذا يعني صدق القضية ق يلزم عنه أن الدالة Ø س تكون صحيحة لبعض قيم س يكافئ بأن صحة الدالة Ø س لبعض قيم س تكون ق صادقة وصدق القضية ق يلزم بأن الدالة Ø س تكون صحيحة لجميع قيم س .[٢]

(س) Ø س . ⊂ . ق ≡ (E س) Ø س . ⊂ . ق

فإذا كانت الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أن القضية ق صادقة دائما ، يكافئ عندما تكون الدالة Ø س صحيحة لبعض قيم س يلزم عن ذلك صدق القضية ق أحيانا .[٣]

(س) ق . ⊂ . Ø س ≡ ق . ⊂ . (س) Ø س .[٤]

إذا كانت القضية ق صادقة لجميع قيم س يلزم بأن الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س يكافئ بأن صدق القضية ق يلزم بأن الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س .

(س) Ø س . ⊂ . (E س) Ø س .[٥]

إذا كانت الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س يلزم أن الدالة نفسها تكون صحيحة لبعض قيم س .

(س) Ø س . ⊂ . (س) Ø س .V. ن س .

بمعنى إذا كانت الدالة Ø س صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أما الدالة Ø س أو الدالة ن س صحيحة لجميع قيم س[٦]

(E س) Ø س . ⊂ . (E س) Ø س . V . ن س .

---

1 - Ibid. P. 97

2 - Ibid. P. 97

3 - **Dumitriu** , " **History of logic**" vol , 4. P. 92

4 - Ibid. P. 97

5 - **Lewis** , and **Langford** . op. cit. P. 92

6 - Ibid. P. 99

إذا كانت الدالة Ø س صحيحة لبعض قيم س يلزم عن ذلك أمـا الدالـةØ س أو الدالـة ن س صحيحة لبعض قيم س[1]

وأخيرا عندما تكـون الدالـة Ø س صحيحـة لجميـع قيـم س يلـزم عنـها أن الدالـة ن س صحيحة لجميع قيم س وعندما تكون الدالـة ن س صحيحـة لجميـع قيـم س يلـزم عنـها أن الدالة & س صحيحة لجميع قيم س ، إذن عندما تكـون الدالـة Øس صحيحـة لجميـع قيـم س يلزم عنها أن الدالة & س صحيحة لجميع قيم س ، بمعنى

(س) Ø س .⊂ . (س) ن س . (س) ن س .⊂. (س) & س . ⊂ . (س) Ø

س .⊂. (س) & س

وهنا تكون العلاقة متعدية ، [2] أي علاقة اللزوم الصورى علاقة متعدية .

ثانيا : أنواع الفئات The kinds Of Classes

على الرغم من أن الفئـة عبارة عن مجموعـة مـن الأفـراد التـي تحتـوى علـى خصائص معينة وهذه الأفراد تكون أعضاءً للفئـة ، [3] هذا هـو التعريـف المـألوف للفئـة إلا إننا نجد للفئة في المنطق عدة أنواع منها ما تحتـوى علـى عضـو واحد ومنـها مـا لا تحتـوى على أعضاء ، وهذه الأنواع ستة أنواع نتناول بالتحليل كل نـوع علـى حـدة وعلاقـة كل نـوع بالأنواع الأخرى والرجوع بكل نوع إلى المنطـق الأرسطى لتحديـد دور أرسـطو بالنسبة لكل نوع من أنواع الفئات .

١ – الفئة الشاملة The Universal Class

الفئـة الشـاملة هي الفئـة الكلية التي تحتوى على مجموعة مـن الأفـراد يشـتركون فـي خصائص معينة Certain Properties وكل فـرد يحمـل هـذه الخصـائص يكون عضـواً في هذه الفئـة ، ويقول كارنـاب ، الكلى ما هو إلا مجموعـة مـن الأفـراد يشـتركون فـي خـواص معينة وأن كل عضو من هذه الأعضاء لابد أن يحتوى على تلك الخواص ، [4] وهذا هو

1 - Ibid. P. 99

2 - Dumitriu , " History of logic " vol , 4. P. 97

3 - Cohen , and Nagel , op . cit. P. 122

4 - Carnap , " Introduction to symbolic logic and its applications " , Dover publications , INC , New York , 1958 , P. 107

المعنى الأكيد للفظ كلى أو شامل أي أن الفئة الشاملة تحتوى جميع الأعضاء ، [١] كما نجد رسل في كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية ، قد أعطى تعريفا للفئة الشاملة بأنها فئة كل شئ Every Thing Class أو الفئة التي يجب أن تشمل كل شئ . [٢]

والفئة الشاملة لا تحتوى على أفراد فقط ولكنها تحتوى على فئات أيضا وبذلك تكون الفئة الشاملة بجانب أنها تحتوى على مجموعة من الأفراد فإنها تحتوى على مجموعة من الفئات ، لذا تسمى الفئة الشاملة فئة الفئات ، فكل مجموعة أفراد تندرج تحت الفئة الشاملة وتحتوى خصائص معينة لا تحتويها مجموعة أفراد أخرى تمثل فئة وهذه الفئة بدورها تكون مندرجة تحت الفئة الشاملة .

فإذا تحدثنا مثلا عن فئة الألوان فتكون فئة شاملة أو كلية بمعنى أى شئ له لون يندرج تحت فئة الألوان ولكن نجد أن للألوان أنواعا نجد لون أخضر ، أحمر ... الخ . وكل لون من هذه الألوان يمثل فئة ، فلو قلنا فئة الأشياء الحمراء وهذه الأشياء الحمراء متضمنة في الفئة الشاملة وتوجد ألوان أخرى غير اللون الأحمر فتكون فئة اللون الأحمر وفئة اللون غير الأحمر تحت اسم واحد وهو فئة الألوان وهو ما يطلق عليه الفئة الشاملة. [٣]

وقد استخدم تصور الفئة الشاملة في عدة مجالات Fields بمعاني مختلفة وأنها ساهمت مساهمة فعالة في هذه المجالات فإنها عُرفت في الحساب باسم مجموعة المجموعات The Set Of Sets كما عُرفت في علم الأنثروبولوجي باسم مجموعة جميع الموجودات الإنسانية ، ويقر هذا المعنى كل من سلوبسكي و بوركوسكي ، وذلك بقولهما ، الفئة الشاملة تترجم في حساب الأعداد بمجموعة المجموعات أو المجموعة الشاملة وفي الأنثروبولوجي تترجم باسم مجموعة جميع الموجودات الإنسانية. [٤]

وإذا كانت الفئة الشاملة تحتوى على أفراد وفئات ، فإن الفئات التي تحتويها الفئة الشاملة تسمى فئات فرعية Sub Classes ، فكل فئة تكون متضمنة في Included In الفئة الشاملة تسمى فئة فرعية وأى عضو بالنسبة للفئات الفرعية يكون أيضا عضوا في الفئة الشاملة ، [٥] والفئات الفرعية التي تحتويها الفئة الشاملة لا تكون في حالة استبعاد

---

1 - Langer , op. Cit. P. 123

٢ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٩ .

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٤٧ .

4 - Slupecki , and Borkowski , op. Cit . P . 158

5 - Eaton , op. Cit. P. 420

كلى من ناحية الخصائص فجميع الفئات الفرعية تشترك في خصائص أساسية وكل فئة تحتوى على خصائص معينة بحيث تميزها عن خصائص الفئات الفرعية الأخرى .

وكان جورج بول يسمى الفئة الشاملة " عالم الأشياء المتصورة " أي كل الأشياء أو الموجودات التى ندركها في العالم من أى نوع كانت على أنه نوع من المقولة المحددة التي تشتمل على جميع الأشياء موضوع الحديث ، [1] فالفئة الشاملة وإن كانت هي فئة كل شئ فليس معنى ذلك إنها تحتوى كل شئ في العالم ولكنها تحتوى كل شئ في نطاق الفئة التي نتحدث عنها.

ويرى لى Lee ، ان الفئة الشاملة إذا كانت تحتوى كل شئ في نطاق الحديث ، فإن كل شئ هذا الذى تحتويه الفئة الشاملة لابد أن يكون ذا معنى وأن كل عضو في هذه الفئة لابد أن يحوز جميع الخواص المشتركة التى انطلق منها هذا المعنى ، فالفئة الشاملة تحتوى على كل شئ من شأنه أن يكون ذا معنى فإذا كانت أ فئة الأشياء الحمراء فمن الخطأ القول بأن الليمون عضو في فئة الأشياء الحمراء إلا أن ذلك ليس لغوا بل قول يحمل معنى إذ أن الليمون يقع في دائرة الأشياء الملونة تلك التى إما أن تكون حمراء أو غير حمراء وبذلك ينتمى إلى عالم مقال الموضوعات الملونة.[2]

وعلى ذلك تكون الفئة الشاملة هى فئة تتسع لكل الفئات التى يمكن أن تندرج تحتها ، أى إنها فئة تحتوى على كل الأشياء أو الحوادث موضوع الحديث .

وعادة يستخدم الرمز (١) أى الواحد الصحيح أو الوحدة التي تمثل بها للعالم أي عالم المقال.[3] **Universe Of Discourse** .

أن العدد (١) فيما يقول رسل ، يجب أن يعرف على أنه فئة جميع فئات الوحدة أى جميع الفئات التى لها عضو واحد بالطبع وعند تعريف العدد (١) لفئة جميع فئات الوحدة ، فإن الوحدة يجب أن تعرف بحيث لا نفترض إننا نعرف المقصود بالوحدة ، [4] وهنا نجد رسل يقرر بأن العدد واحد يعبر عن الفئة التى تحتوى مجموعة من الفئات التى تندرج

---

1 - W. Kneale , and M. Kneale , " **development of logic** " , Clerendon press , exford , 1960 , P. 408 .

نقلا عن كتاب د/ عزمى إسلام ، دراسات في المنطق ونصوص مختارة ، الكويت ، ١٩٨٥ ، ص ١٤٢ .

2 - H.W. Lee , " **symbolic logic** " , Routledge and keganpaul , London , 1961, P.63

نقلا عن كتاب الدكتور/ **محمد مهران** ، " **مقدمة في المنطق الرمزى** " ، ص ٢٤٨ .

٣ - **جورج بول** ، " **التحليل الرياضى للمنطق** " ، ترجمة د/ عزمى سلام في كتابه دراسات في المنطق ونصوص مختارة ، ص ١٥٤ .

٤ - **رسل** ، " **مقدمة للفلسفة الرياضية** " ، ص ٢٥٩ .

تحت فئة واحدة ، ويرى الفريد تارسكى أن العدد (١) يعبر عن الفئة التى تحتوى جميع الأشياء التى تكون أعضاء في هذه الفئة حيث يقول ، يجب التأكيد أن الرمز (١) يرمز إلى الفئة المكونة من جميع الأعضاء لا إلى الفئة التي تحتوى على جميع الأشياء الممكنة كأعضاء فيها ، [١] وبذلك نجد تارسكى يقرر بأن العدد (١) يرمز إلى الفئة الكلية التى تحتوى جميع الأعضاء وأن كل عضو يعبر عن شئ يحمل خصائص الفئة الشاملة .

ومن ناحية أخرى ، على الرغم من وجود فئات شاملة متعددة ، إلا أن تصورنا للفئة يكون في مجال الحديث هو الذى يحددها ، لذا تكون الفئة الشاملة فئة فريدة Unique ، فالفئة الشاملة فئة فريدة لأننا نتعامل مع ماصدق الحدود ففئة كل شئ تكون فئة فريدة ، [٢] أى أن الفئة الشاملة فئة فريدة لأننا عندما نتحدث عن موضوع ما يكون هذا الموضوع هو الذى يشغل عقلنا من ناحية التفكير فيه فيكون تفكيرنا محصورا في هذا الموضوع وخصوصا عندما نتحدث عن موضوع شامل لعدة موضوعات S ubjects أى أن الفئة الشاملة فئة فريدة في الوقت الذى نتحدث فيه عنها ولا يشغل تفكيرنا إلا هذه الفئة ، وحين نقول أن الفئة الشاملة فئة فريدة فإننا نعنى أنه لا توجد إلا فئة شاملة واحدة نتحدث عنها في سياق الحديث. [٣]

وكون الفئة الشاملة هى فئة كل شئ فكل عضو يندرج تحت هذه الفئة يكون في هوية مع نفسه وأن جميع الأعضاء تشترك في خصائص معينة ولا يوجد عضو خارج الفئة الشاملة يكون في هوية مع أي عضو يندرج تحت الفئة الشاملة وفي نفس الوقت إن كل مجموعة أعضاء تحتوى خصائص معينة تمثل فئة فرعية من الفئة الشاملة ، ويمكن التعبير عن ذلك رمزيا بالصيغة التالية : ١ = س (س = س) بمعنى أن الفئة الشاملة تكون فئة جميع الأعضاء التى تكون في هوية مع أنفسهم لأن كل شئ يكون في هوية مع نفسه ،[٤] فإذا كانت الفئة الشاملة هى فئة كل شئ فكل عضو يندرج تحتها يكون له وجود في الواقع لذلك فإنه يحمل الخصائص التى تحملها الفئة ، لذا فكل عضو من هذه الأعضاء يكون في هوية مع نفسه نظرا لوجوده في الواقع .

١ - تارسكى ، المرجع السابق ، ص ١١٠ .

2 - **Lewis , and Langford** , op. Cit. P. 51

3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. Cit . P. 231

4 - **Bochenski,** " A precis of mathematical logic ". P. 57

وإذا كانت الفئة الشاملة هى فئة كل شئ فإن كل شئ يكون عضواً في الفئة الشاملة مجال الحديث أى (س) (س ∈ ١) ، [1] وإذا كانت أ فئة فرعية من الفئة الشاملة فإن كل عضو في الفئة أ يكون في نفس الوقت عضواً في الفئة الشاملة التى تحتوى الفئة أ ، أى س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ١ [2] ، وعلى ذلك فالفئة الشاملة تحتوى الفئات والأفراد معاً

وبجانب قولنا بأن الفئة الشاملة هى فئة كل شئ فإننا نستطيع حصر الأعضاء التى تندرج تحت الفئة الشاملة من خلال مجموع أعضاء أى فئة والفئة المتممة لهذه الفئة وبذلك نستطيع تحديد مفهوم الفئة الشاملة بطريقة غير مباشرة أى أن ١ = أ + أَ [3] ،

فلو كانت لدينا الفئة أ وهي فئة الكلاب و أَ هى فئة جميع الأشياء التى ليست كلاب وأن الفئة أ تمثل جميع الكلاب في العالم وأن الفئة أَ تمثل كل حيوان ليس بكلب مثل فئة الأسماك والقطط .... ، [4] فالفئة الشاملة هنا تكون فئة الحيوانات التى تحتوى جميع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة أَ .

وإذا كانت الفئة الشاملة هى فئة كل شئ وأن كل فئة لابد أن تكون لها فئة أخرى متممة لها فهل هذا القول ينطبق على الفئة الشاملة ؟ نجيب على هذا السؤال بأن نقول ، كون كل فئة يجب أن تكون لها فئة متممة **Commplement class** ، فالفئة الشاملة لا تكون مستثناة من هذه القاعدة [5] وترى لانجر ، أن الفئة المتممة للفئة الشاملة هى الفئة الفارغة [6] لذا تكون فئة لا شئ هى الفئة المتممة لفئة كل شئ .

وإذا كانت الفئة الشاملة فئة كل شئ ومعنى أن القضية الصادقة تعبر عن قول ذي معنى ، فالفئة الشاملة تمثل في منطق القضايا القضية الصادقة ، [7] بمعنى أن الأساس الذى قام عليه الحكم بأن القضية صادقة بإنها تكون ذات معنى صادق هو نفس الأساس الذى قامت عليه الفئة الشاملة (١) أى أنها تحتوى كل شئ يكون ذا معنى ، ويؤكد كل من لويس و لانجفورد هذا المعنى بقوله ق ≡ ق = ١ أى في حالة ق تكون صادقة فإن ق

---

1 - W.V.O. **Quine** , "**set theory and its logic**" The Belbnal press of Harvard , University press , Cambrvidge, London , 1980 P. 334
2 - A.P. **Morse** , "**Atheory of sets**" , academic press , London , 1965 , P. 45
3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. Cit. P. 231
4 - **Basson** , and **O'connor** , op. Cit. P. 150
5 - **Schipper** , and **schuh** , op. Cit. P. 273
6 - **Langer**, op. Cit. P. 144
7 - **Cohen** , and **Nagel** , op. Cit. P. 126

تكافئ الفئة الشاملة (١) ، [١] وبذلك يكون التصور الذى قامت عليه فكرة الفئة الشاملة بأنها تحتوى كل شئ ذي معنى هو نفس التصور الذى قامت عليه فكرة القضية الصادقة باحتوانها على قول ذي معنى

والآن ، إذا كانت الفئة الشاملة هى فئة الفئات والأفراد في نفس الوقت فهل نجد لمعناها جذوراً في المنطق الأرسطىأم إنها من إبداع المناطقة المحدثين ؟
في الحقيقة أجاب على هذا السؤال كل من شبير وتشوه بقولهما ، أن الفئة الشاملة هى الجنس في التعريف الأرسطى، [٢] وعلى ذلك فالجنس في التعريف الأرسطى يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ، حيث يقول أرسطو ، أن الجنس هو المحمول على كثيرين مختلفين بالنوع من طريق ما هو ، [٣] لذا فالجنس عند أرسطو هو تصور يحتوى على تصورات مختلفة في النوع وليس في العدد أى أنه فئة كلية تحتوى على فئات فرعية منها.
وإذا كانت الفئة الشاملة هى الفئة التى تحتوى على الأقل فئة فرعية وأخرى متممة لها ، هذا المعنى عبر عنه أرسطو بقوله ، الجنس فليس إنما يحمل على نوع واحد لكن على أنواع كثيرة . [٤]

وإذا كانت الفئة الشاملة ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطىوذلك من خلال التعريف الأرسطى للجنس فما وجه الاختلاف ؟ فنحن نرى إذا كانت الفئة الفارغة هى الفئة المتممة للفئة الشاملة في المنطق الحديث وأن أرسطو لم يفسح المجال أمام الحدود الفارغة لأنه لا يؤمن إلا بالحدود التى لها أعضاء في الواقع ، لذا فالفئة الفارغة في المنطق الحديث لا تكون هى الفئة المتممة للفئة الشاملة عند أرسطو .

ومن ناحية أخرى إذا كانت الفئة الشاملة في المنطق الحديث هى فئة كل شئ في نطاق مجال الحديث وأنها تحتوى كل شئ وكل فئة تكون متضمنة فيها ، لذا فالفئة الشاملة لا تكون متضمنة في أى فئة أخرى إنما الجنس عند أرسطو يحتويه جنس الأجناس وأن الفئة المتممة للجنس عند أرسطو تكون فئة أخرى تكون متضمنة أيضا في جنس الأجناس

أهم المفاهيم القائمة على الفئة الشاملة

١ $\neq$ صفر. [٥]

---

1 - **Lewis, and langford** , op. Cit. P. 83
2 - **Schipper** , and **Schuh** , op. Cit. P. 271
٣ - أرسطو ، الطوبيقا " ضمن كتاب **منطق ارسطو** ،الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوى ،جـ٢ ، مطبعة دار الكتب المصرية ، القاهرة ، ١٩٤٩ ، ص ٤٧٦ .
٤ - أرسطو، فرفريوس ، ضمن كتاب **منطق ارسطو** ،الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوى جـ٣، دار القلم ، لبنان . ١٩٨٠ ، ص ١٠٦١
5 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. Cit. P. 312.

بمعنى أن الفئة الشاملة لا تكون خالية من الأعضاء إطلاقاً ، فهى لابد أن تحتوى على الأقل عضوين .

١َ = صفر [1]

إن الفئة المتممة للفئة الشاملة هى الفئة الفارغة أى فئة لا شئ تكون متممة لفئة كل شئ

١ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ [2]

إذا كانت الفئة الشاملة هى الفئة التى تحتوى الفئات الفرعية ، ففي حالة أن الفئة الشاملة تكون متضمنة في الفئة أ يلزم عن ذلك أن الفئة أ في هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة .

أَ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ [3]

وإذا كانت الفئة الشاملة تحتوى أى فئة والفئة المتممة لها ففي حالة أن الفئة المتممة أَ تكون متضمنة في الفئة أ يلزم عن ذلك أن الفئة أ في هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة .

ب ⊃ أ . بَ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ [4]

إذا كانت الفئة الشاملة تحتوى أى فئة والفئة المتممة لهذه الفئة ، ففي حالة أن الفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ و الفئة المتممة بَ تكون أيضا متضمنة في الفئة أ يلزم عن ذلك أن الفئة أ في هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة .

(س) (س ∈ ١) [5]

كل فرد لابد أن يكون عضواً في الفئة الشاملة .

س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ١ [6]

إذا كانت الفئة الشاملة هى فئة الفئات والأفراد معاً ، فإن كل عضو في الفئة الفرعية منها يكون عضواً فيها .

---

1 - Ibid. P. 312
2 - Ibid. P. 317
3 - Ibid . P. 316
4 - Ibid. P. 316
5 - **Leblang** , op. Cit. P. 172
6 - **Morse** , op. Cit. P. 45

٢ – الفئة الفارغة The Null Class

إذا كان تحديد معنى الفئة يتم عن طريق دالة القضية بحيث كل عضو يحمل خصائص الفئة المراد تحديدها يحل محل المتغير في دالة القضية ، فعندما لا يوجد عضواً يحمل خصائص الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية في هذه الحالة تكون الفئة ، المراد تحديدها فئة فارغة ، لذا فالفئات التى لا تحتوى على أعضاء تسمى فئات فارغة [١] حيث يقول إيتون ، الفئة الفارغة هى فئة لا شئ **C lass of nothing** أى فئة غير الموجود ولا نستطيع تحديدها عن طريق دالة القضية ، [٢] فلو قلنا مثلاً " س عفريت " أو " س نسر " ، [٣] هنا لا نجد أعضاء تحمل خصائص فئة العفريت أو أعضاء تحمل خصائص فئة النسر ، لذلك تكون فئة العفريت فئة فارغة وأيضاً فئة النسر فئة فارغة ، كذلك لو قلنا " س من سكان القمر" هذه الفئة غير موجودة أى ليس لها وجود واقعي . [٤]

وترى سوزان لانجر ، أن الصعوبة التى تواجه تصور الفئة الفارغة هى أن تصورنا للفئة يكون نابعاً من أنها تحتوى على الأقل عضو يحقق صدق دالة القضية ، فوجود تصور ليس له أعضاء في الواقع ونطلق عليه فئة ، هنا تنشأ الصعوبة التى تواجه الفئة الفارغة ، وهى أن كلمة فئة في الواقع لابد أن تحتوى على الأقل عضو واحد ولكن أحياناً نجد فئة بلا أعضاء لهذه الفئة ولذلك تكون فئة بلا أعضاء وتسمى الفئة الفارغة . [٥]

وعلى الرغم من الصعوبة التى تواجهنا في تصور الفئة الفارغة لكونها لا تحتوى على أعضاء إلا أنها تعد من النقاط الهامة التى أثرت في المنطق الحديث ، فالفئة الفارغة في المنطق تكون واحدة من النقاط المهمة لكى نتذكر أننا نتعامل مع ماصدق الفئات.[٦]

كما يؤكد بلانشي على أهمية الفئة الفارغة في المنطق على أساس أن تصور الفئة والتعبير عنها بالرمز " صفر" يعد تجديداً لمنطق الفئات الأرسطىوالذى قام على الفئات الوجودية ، حيث يقول ، " من الوجهة المنطقية ماذا يمكن تعنى رمز الصفر المميز لهذا

---

1 - J. D. **Carney** and R. K . Scheer , " **Fundamentals of logic**" , Macmillan publishing, co, INC , New York , 1980 , P. 242

2 - **Eaton** , op. Cit. P. 421

3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. Cit. P. 229

4 - **Eaton** , op. cit . P. 421

5 - **Langer** , op. cit. P. 122

6 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P.28

الجبر ؟ يفسرها بول بأن الصفر يرمز للفئة الفارغة أو اللاشئ ، اللاشئ يرمز بذلك إلى اللاوجود ، وأن هذا التفسير يدخل تجديداً هاماً على منطق الفئات التقليدى" .[1]

وبذلك تعد الفئة الفارغة من النقاط الهامة التى أثرت في تغيير مسار منطق الفئات وهى بذلك تعد تجديداً هاماً على منطق الفئات الأرسطى، وأن التعبير عن الفئة الفارغة بالرمز " صفر " يعد الأساس الذى اعتمد عليه المناطقة المحدثون في معالجة منطق الفئات بصورة حديثة تتفق والمنهج الرياضي الذى أثر في العمليات الفكرية المنطقية.

ويرى رسل ، على الرغم من أننا نرمز للفئة الفارغة بالرمز " صفر " إلا أن معناه يختلف عن معنى الصفر في الحساب فالرمز " صفر " في المنطق يعبر عن أن الفئة التى لا تحتوى على أعضاء وأن الفئة الفارغة بإمكانها أن تنتج من اشتراك فئتين ما لم توجد أعضاء مشتركة بينهما ، فالفئة الفارغة هى بنحو ما سنسميها بالعدد غير المنطبق في الحساب فلا يمكن تفسيره بنفس المبادئ كغيره من الفئات وإذا شئنا أن نقدم تفسيراً يشبه ذلك في مكان آخر فيجب أن نستبدل **Substitute** بالفئات أشياء أخرى أكثر تعقيداً وفى الحالة التى نحن بصددها بعض الفئات المرتبطة بعلاقة مشتركة. [2]

وإذا كانت الفئات الفارغة هى الفئات الخالية من الأعضاء ، وأن كل فئة فارغة تحتوى على مفهوم مختلف عن الفئات الفارغة الأخرى ، فإن جميع الفئات الفارغة تعين بطريقة واحدة لأنهم جميعاً لا يشتملون على أعضاء ، [3] ويؤكد هذا المعنى كلٍ من لويس ولانجفورد بقولهما ، لو أخذنا فئة وحيد القرن وفئة العفريت نجد اختلافاً في المفهوم إلا أن الفئة التي تصدق على وحيد القرن هى نفس الفئة التى تصدق على العفريت. [4]

ويرى ريشنباخ ، إذا كانت الفئة الفارغة هى الفئة الخالية من الأعضاء فهى بذلك تكون متضمنة في كل فئة ، حيث يقول ، الفئة الفارغة تكون متضمنة في كل فئة ، [5] بالإضافة إلى أن يكون بين كل فئتين فارغتين تضمن متبادل ،[6] بمعنى كون كل الفئات

---

١ - بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٣٧١ .

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٣٥ .

3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 229

4 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 28

5 - **Reichenbach** , op. cit. P. 198

6 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 230

الفارغة خالية من الأعضاء فالتضمن القائم بينهم يكون تضمناً متبادلاً أى تضمن قائم على الهوية لعدم وجود فئة أكبر من فئة أخرى في عدد الأعضاء .

ومن ناحية أخرى يرى كلٍ من أمبروز وليزويتز ، أن الفئة الفارغة لكونها لا تحتوى على أعضاء فإنها تكون فئة فريدة ، وذلك بقولهما ، الفئة الفارغة فئة فريدة بمعنى ليس هناك أكثر من فئة فارغة واحدة ، لأننا نتعامل مع ماصدق الفئات ، لذلك ففئة اللاشئ تكون فئة فريدة ، [1] لذا كون الفئات الفارغة كلها خالية من الأعضاء فتصورنا لفئة فارغة واحدة هو نفس تصورنا لعدة فئات فارغة ، وبمعنى آخر الفئة الفارغة فئة فريدة من ناحية التفكير فيها ولا توجد أكثر من فئة فارغة واحدة تدخل في مجال الحديث لأنهم جميعاً يشتملون على تصور واحد .

وبما أننا نفترض لكل فئة وجود فئة متممة لها بالنسبة لعالم مقال معين أو في داخل نطاق الفئة الشاملة ، فإن الفئة الشاملة ما هى إلا فئة وليست مستثناة من هذه القاعدة ، لذا فالفئة الفارغة هى متممة الفئة الشاملة ،[2] بالإضافة إلى أن الفئة الشاملة تكون فئة متممة للفئة الفارغة ، أى إذا كانت فئة لا شئ متممة لفئة كل شئ فإن فئة كل شئ تكون فئة متممة لفئة لا شئ .

والفئة الفارغة على اعتبار أنها خالية من الأعضاء فتكون فئة يتساوى فيها القول بالإيجاب والسلب كلاهما يكون صواب إن شئت وكلاهما يكون خطأ إن شئت فمثلاً كل ملوك فرنسا في القرن العشرين عمروا أكثر من مائة عام ، هنا نجد أن المثال السابق يعبر عن فئة فارغة بغير أعضاء ، فالإثبات والنفي فيها سواء. [3]
ونجد للفئة الفارغة تعريفاً عند كلٍ من أمبروز وليزرويتز وهو على وجهين :

$\overline{أ + أ^{-}}$ = صفر[4] أى إذا كانت الفئة الشاملة تحتوى أى فئة والفئة المتممة لها فإن متممة الفئة الناتجة عن مجموع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة المتممة لها أ تكون فئة فارغة .

أ × $أ^{-}$ = صفر [5] الفئة الفارغة لا تعبر فقط عن لفظ خالى من الأعضاء ولكن في حالة إجراء عملية الضرب المنطقى **Logical Product** لأى فئة والفئة المتممة لها تكون الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى في هذه الحالة فئة فارغة .

---

1 - Ibid. P. 231
2 - Copi , " Symbolic logic". P. 335
٣ - د/ذكى نجيب محمود ، المرجع السابق ، ص ١١٤ .
4 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P.230
5 - Ibid. P. 231

ويقول بوشنسكى ، ان الفئة الفارغة هى فئة جميع س التى لا تتكافأ مع نفسها أى ليست لها موضوعات موجودة في الواقع أى س ≠ س ، [1] فإذا كان س عضواً في الفئة الفارغة في حين أن الفئة الفارغة لا تحتوى على أعضاء فإن س لا يكون متكافئاً مع نفسه لأنه لا يكون له وجود واقعي ، وبذلك لا يمثل شيئاً بالنسبة للفئة الفارغة .

ويمكن التعبير عن نفس المعنى بالصيغة التالية :

(س) (س ∈ صفر = س ≠ س) . [2]

فإذا كانت الفئة الفارغة خالية من الأعضاء والقول بأن س عضو فيها فإن س له وجود في الواقع وبذلك فإن العضو س لا يكون في هوية مع نفسه لعدم وجوده ، فكيف نحكم على شئ وهو غير موجود في الواقع أى كيف نقول أن العضو س يحمل خصائص وأنه في نفس الوقت ليس له وجود ، ويمكن التعبير عن الفئة الفارغة عن طريق دالة القضية ، صفر ∅ (س ~ (∅ (س) ، ⊂ ، ∅ (س) [3]

وإذا كانت الفئة الفارغة هى فئة اللاشئ فهذه الفئة لا تصدق على أشياء لها معنى وأن الأساس الذى قامت عليه فكرة القضية الكاذبة بأنها تقوم على قول ليس له معنى أو غير صادق ، لذا تصور الفئة الفارغة هو نفس تصور القضية الكاذبة ، حيث يقول كل من جون ونيكل ، أن الفئة الفارغة تمثل في منطق القضايا القضية الكاذبة . [4]

وقد عبر كل من لويس ولانجفورد عن هذا المعنى بقولهما ، ق = صفر ≡ ~ ق ~ ق ≡ ق = صفر ، ففى حالة أن ~ ق أو ق تكون كاذبة يكون تكافؤ بين ق = صفر [5] بمعنى عندما تكون القضية ق مساوية صفر هذا القول يتكافئ مع القول بأن القضية ق كاذبة وعندما القضية ~ ق تكون مكافئة للقضية ق هنا تكون ق مساوية للفئة الفارغة .

ونظراً لأهمية الفئة الفارغة في المنطق الحديث والذى كان له الأثر الفعال في المنطق فهل كان للفئة الفارغة في المنطق الأرسطى دور في بناء النسق المنطقى ؟ في الحقيقة أن أرسطو لم يفسح المجال أمام الفئة الفارغة لتشارك في بناء نسقه المنطقى وعندما قام بتقسيم الحدود التى تعبر عن الفئات في المنطق الحديث لم يضع الفئة الفارغة

---

1 - Bochenski , " Aprecis of mathematical logic". P. 57

2 - Rosser , op. cit. P. 228

3 - Leblang , op. cit. P. 173

4 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 126

5 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 83

في اعتباره على الرغم من أن فكرة الفئة الفارغة واضحة بالنسبة له لأنه أعطى لها مثالاً ، حيث يقول ، وذلك أنه لقائل أن يقول أن هذا المعنى هو لجبل من نحاس وأيضاً فإنه ليس تعرف الحدود أنه قد يمكن أن يوجد ما خبر به ولا أيضاً أن الحدود وهي لذلك الشيء الذى عبروا عنه لكنه مطلق دائماً أن يقال لم هو ، فإن كان إذا الذى يحد بين بياناً ،إما هو ، وإما على ماذا يدل اسمه إن لم يكن أصلاً لما هو قد يكون حد قولاً دلالته دلالة الاسم بعينها.[1]

ومن خلال هذا النص نجد أن تصور الفئة الفارغة لدى أرسطو ليس له قيمة لأن أرسطو لا يعتقد إلا بالفئات التى لها أعضاء في الواقع ، فالفئة عند أرسطو لابد أن يكون لها أعضاء ، والفئة عند أرسطو تكون مأخوذة من الأعضاء وأن الأعضاء هى التى تحدد الفئة وليست الفئة هى التى تحدد الأعضاء ، لأنه يقول الحد دلالته دلالة الاسم بعينها ، فلو قلنا جبل من نحاس ففي نظر أرسطو لا يعبر عن فئة وذلك لعدم وجود ما يصدق عليه من أعضاء في الواقع ، لذلك فإن أرسطو لم يفسح المجال للفئة الفارغة لأنه لا يعتقد بالفئات الخالية من الأعضاء ، والفئة التى تشارك في بناء النسق الأرسطى هى الفئة التى يكون لها أعضاء في الواقع ، وعلى ذلك فإن بناء النسق المنطقى الأرسطى قائم على الفئات الوجودية .

أهم المفاهيم القائمة على الفئة الفارغة

صفر ∈ ١ [2]

وهنا نجد مورس يقول بأن الفئة الفارغة تنتمى إلى الفئة الشاملة ، في الحقيقة نجد مورس قد أخطأ ، فعلى الرغم من أن الفئة الفارغة لا تحتوى على أعضاء إلا أننا نتعامل معها على أساس تصور الفئة ، لذلك تكون علاقة الفئة الفارغة بالفئة الشاملة علاقة تضمن **Inclusion** .

أ ⊄ صفر . [3]

وكذلك نجد أيضاً كواين يعبر عن العلاقة بين الفئة أ و الفئة الفارغة بأنها علاقة انتماء في حين أن العلاقة بين فئة وفئة أخرى علاقة تضمن ، لذا فالفئة أ لا تكون متضمنة في الفئة الفارغة إلا إذا كانت الفئة أ فئة خالية من الأعضاء .

---

١ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، ضمن كتاب منطق ارسطو، الترجمة العربية القديمة ،تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، ص ٤٢٤

2 - Morse , op. cit. P. 45

3 - Quine " Set theory and its logic " P. 335

(س) (س ∈ صفر = س ≠ س [1]

إذا كانت الفئة الفارغة خالية من الأعضاء ، فالقول بأن س يكون عضواً فيها فإن العضو س لا يكون في هوية مع نفسه وذلك لعدم وجود العضو س من الأساس فكيف نحكم على شئ بأنه في هوية مع نفسه في حين أنه غير موجود .

ق ≡ صفر = ~ ق [2]

إذا كان المعنى القائمة عليه القضية ق هو نفس المعنى القائمة عليه الفئة الفارغة ، فإن القضية ق تكون قضية كاذبة لأنها تقوم على قول ليس له معنى .

أ ب = صفر . ⊂ . أ بً = صفر [3]

إذا كان سلب السلب إيجاب ، فالفئة بً تكون في هوية مع الفئة ب فالقول بأن الفئة أب تكون فئة فارغة يلزم عن ذلك بأن الفئة أبً تكون فئة فارغة .

أبَ = صفر . أ ب = صفر ⊂ . أ = صفر [4]

إذا كانت الفئة أ تحتوى مجموع أعضاء الفئة أ بَ وأعضاء الفئة أ ب ، ففى حالة أن الفئة أ بَ تكون فئة فارغة وأن الفئة أ ب تكون أيضاً فارغة يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون فئة فارغة .

أ ⊃ صفر . ⊂ . أ = صفر [5]

نظراً لأن الفئة الفارغة خالية من الأعضاء ، ففي حالة القول بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الفارغة يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون فئة فارغة . "

٣ ـ الفئة ذات العضو الواحد The unit class

تقول سوزان لانجر ، أن فكرة الفئة ذات العضو الواحد تبدو لأول وهلة أنها صعبة لأن معظمنا يشغل بتصور الفئة التي تتكون من مجموعة أعضاء يطلق عليها فئة [6] ، فالفئة في اللغة العادية هى مجموعة من الأعضاء التى تحتوى بعض الخصائص

---

1 - Rosser , op. cit. P. 228

2 - Lewis , and Langford , op. cit . P. 83

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 318

4 - Ibid. P. 318

5 - Ibid. P. 316

6 - Langer , op. cit. P. 119

المشتركة بين تلك الأعضاء ولكن أحياناً نتحدث عن فئة تحتوى عضواً واحداً فقط ، [١]
فوجود عضو واحد يحمل خصائص فريدة لا يحملها أى عضو من الأعضاء الأخرى ، فهذا
العضو يعبر عن فئة تسمى الفئة ذات العضو الواحد .

ومعظم المناطقة الرياضيين قد عبروا عن هذه الفئة بالرمز { س } حيث يقول
لبلانج ، يجب أن نقدم حقيقة إضافية لفكرة الفئة ذات العضو الواحد بواسطة الفئة ذات
العضو الواحد س بالرمز { س } ،[٢] في حين نجد أن المناطقة المحدثين عبروا عن الفئة
ذات العضو الواحد بالرمز ف س ، حيث يقول كواين ، يرمز للفئة ذات العضو الواحد
بالرمز " ف س " . [٣]

فإذا كانت أ تحتوى على عضو واحد فقط إذن أ تكون فئة ذات عضو واحد ، [٤]
ويقول لبلانج أن الفئة { س }* تحتوى على الأقل عضواً وعلى الأكثر عضواً وبالضبط
Exactly عضو ، [٥] فكل فئة تحتوى على الأكثر وعلى الأقل عضواً واحد هذه الفئة
تمثل فئة ذات عضو واحد وأن كل عضو ينتمي إلى الفئة ذات العضو الواحد يكون في
هوية مع العضو الذى يمثل الفئة ذات العضو الواحد ، وبذلك يمكن التعبير عن ذلك المعنى
بالصيغة التالية :

$$س \in \{ص\} \equiv س = ص.$$ [٦]

ويقول ديمتريو ، الفئة التى تتكون من عضو واحد فقط يجب ألا تكون فى هوية
مع العضو الواحد ، [٧] وهذا يعني أن الفئة ذات العضو الواحد لا تكون في هوية مع أي
عضو ولكنها تكون في هوية مع العضو الذي يمثلها .

ويرى كواين أننا لابد أن نفرق بين الفئة ذات العضو الواحد وموضوع العضو لأن
الفئة ذات العضو الواحد تحتوى على عضو منفرد أى أنه يحمل خصائص فريدة لا يحملها

---

* ملحوظة : نستخدم في هذا البحث الرموز س ، ص ، ع ... الخ في التعبير عن الأعضاء التي تندرج تحت الفئة ونستخدم الرموز { س } ، { ص } ، { ع } ... الخ للتعبير عن الفئات ذوات العضو الواحد كما نستخدم الرموز أ ، ب ، جـ ... الخ للتعبير عن الفئات الكلية الموجبة .

1 - **Basson** , and , **o'connor** , op. cit, P. 149
2 - **Leblang** , op. cit. P. 175
3 - **Quine** , " **mathematical logic,**" P. 137
4 - **B . Russell.**, " **Logic and Knowledge** " george Allen and unwin , ITD , London , 1967, P.95
5 - **Leblang** , op. cit. P. 176
6 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 161
7 - **Dumitriu** , " **History of logic**" vol , 4 . P. 102.

اى عضو آخر ، في حين أن موضوع العضو يكون عبارة عن أى عضو يحمل خصائص فئة معينة ويكون عضواً فيها أو أن العضو يشترك مع أعضاء أخرين فى خصائص مشتركة فى حين أن الفئة ذات العضو الواحد تحمل خصائص لا تحملها أى فئة أخرى ، بمعنى يجب أن نميز بين موضوع العضو والفئة ذات العضو الواحد على أساس أن الفئة ذات العضو الواحد تحتوى على موضوع واحد منفرد. [١]

ومن ناحية أخرى يجب أن نميز بين الأفراد والفئات ذوات العضو الواحد ، [٢] The Unit Classes فالأفراد هم الأشياء التى لم يتم تحديدها عن طريق أى فئة ، أما الفئة ذات العضو الواحد هى الفئة التى تحتوى على عضو واحد فقط ، وتم تحديد معناه بأنه يحمل خصائص لا يحملها أى عضو آخر لذلك يمثل فئة ذات عضو واحد .

كما نجد اختلافاً واضحاً بين فكرة الفئة الفارغة وفكرة الفئة ذات العضو الواحد من واقع أن الفئة الفارغة لا يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية ، فهى فئة غير وجودية في حين أن الفئة ذات العضو الواحد فئة وجودية وذلك لوجود عضو يحقق صدق دالة القضية ، ومن ناحية أخرى الفئة الفارغة يتساوى فيها القول بالسلب والإيجاب في حين أن الفئة ذات العضو الواحد لا يتساوى فيها القول بالسلب والإيجاب ، لذا يقول كواين ، لابد أن نميز بين الفئة الفارغة والفئة ذات العضو الواحد ، [٣]

وإذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوى عضواً واحداً فقط وأن الفئة الموجبة The Positive Class تحتوى على الأقل عضوين ، لكونها تحتوى على مجموعة من الأعضاء تشترك في بعض الخصائص وكل عضو يحمل هذه الخصائص في حين أن الفئة ذات العضو الواحد تحتوى عضو واحد فقط و يحمل خواص فريدة لا يحملها أى عضو آخر ، لذا يقول كواين ، يجب أن نميز بين الفئة الموجبة والفئة ذات العضو الواحد ، فالفئة الموجبة تحتوى على أعضاء كثيرة أما الفئة ذات العضو الواحد تحتوى على عضو واحد فقط. [٤]

وأن الفئة ذات العضو الواحد على الرغم من إنها تحتوى خواص فريدة Unique Properties تنطبق على العضو الذى يمثلها ، إلا أن هذا العضو لا يكون

---

1 - Quine , " Mathematical logic " , P. 136
2 - Quine , " set theory and its logic " ,. P. 32
3 - Quine , " Methematical logic" P. 136
4 - Ibid. p. 136

مستقلاً كل الاستقلال عن الأعضاء الأخرى للفئة الموجبة لأنه يشترك فى خصائص أساسية مع الأعضاء الأخرى وفى نفس الوقت ينفرد بخصائص لا يحملها أى عضو آخر ، فالفئة ذات العضو الواحد تكون فئة فرعية ، [١] من الفئة التى يشترك فيها العضو الذى يمثل الفئة ذات العضو الواحد مع أعضاء هذه الفئة بخصائص أساسية .

فلو قلنا " س مؤلف كتاب قوانين الفكر " لفهم أن شخصاً انفرد بتأليف هذا الكتاب ، [٢] وأن هذا الشخص الذى ألف كتاب قوانين الفكر يمثل فئة ذات عضو واحد لأنه انفرد بخصائص معينة لا يحملها أى شخص آخر وفي نفس الوقت أن هذا الشخص يكون إنساناً أى يشترك مع الأعضاء التى تندرج تحت فئة الإنسان في الخصائص الأساسية للإنسان وبذلك تكون الفئة ذات العضو الواحد فى هذه الحالة فئة فرعية من فئة الإنسان .

وتوجد مشكلة تتعلق بالفئة ذات العضو الواحد وهى عندما نقول طه حسين فهذا الشخص إما يعالج باعتباره فئة ذات عضو واحد لكونه عميد الأدب العربي أو يعالج كعضو من أعضاء فئة الإنسان ، حيث يقول ألكسندر ، لو قلنا " جون سميث " يكون إنساناً ممكن أن يعالج بطرق مختلفة إما يكون فئة فرعية **S u bclass** لفئة أخرى موجبة " وإذا لاحظنا " جون سميث " يكون اسماً لعضو في فئة الناس أو يعالج بأنه فئة ذات عضو واحد وفى هذه الحالة يكون جون سميث متضمناً فى فئة الإنسان بالطبع لأنه يمثل فئة ذات عضو واحد ، ويمكن أن يكون أكثر من عضو واحد ولكن عندما نتحدث عن جون سميث نتحدث عن بعض الأعضاء الفريدة. [٣]

وإذا كان العضو س عضواً فى الفئة أ وهذا العضو يمثل فئة ذات عضو واحد { س } فهذه الفئة تكون فئة فرعية من الفئة أ وإذا كان العضو س لا ينتمى إلى الفئة أ وفى نفس الوقت يمثل فئة ذات عضو واحد { س } فهذه الفئة لا تكون فئة فرعية من الفئة أ ، يقول كوبى ، لكل فئة ذات عضو واحد تكون فريدة وكل عضو يكون موضوعا لذاته ، لذلك نقرر إذا كان العضو س ينتمى إلى الفئة أ وهذا يعني بأن الفئة ذات العضو الواحد { س } تحتوى العضو س وأن الفئة { س } فئة فرعية من الفئة أ وإذا كان العضو س والذى يمثل فئة ذات عضو واحد لا ينتمى إلى الفئة أ فهذا يعني بأن الفئة ذات العضو الواحد { س } تحتوى العضو س والكل مستبعد من الفئة أ . [٤]

---

1 - **Whitehead** , and **Russell** , op. cit. P. 388

2 - **langer,** op. cit. P.121

3 - **Alexander** , op. cit. P. 166

4 - I. M. **Copi** , " **Introduction to logic** " Macmillan publishing co, Inc , New York , 1972 , P. 212

وإذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تنطوى على عضو يحمل خصائص فريدة فهى بذلك محددة الماصدق وأنها تحتاج لتحديد المفهوم ، فالفئة ذات العضو الواحد إذا كانت محددة الماصدق فإنها تحتاج إلى تحديد مفهوم فريد أى أنها فئة فريدة ، فعندما نقول ملوك إنجلترا الذين يملكون ست زوجات يكون عضواً واحداً وهو هنرى الثامن ، [1] وهنا نجد أن وجود خصائص فريدة للفئة المراد تحديدها هو الذى حدد العضو الذى يمثل هذه الفئة .

وعلى ذلك إذا كان تحديد المفهوم هو الذى يحدد Restrict أعضاء الفئة ذات العضو الواحد بأنها لا تحتوى على أكثر من عضو يلزم عن ذلك أن علاقة المفهوم والماصدق بالنسبة لتحديد معنى الفئة ذات العضو الواحد علاقة ثابتة وليست طردية .

ويرجع كوبى انتماء العضو الواحد س إلى الفئة ذات العضو الواحد { س } إلى العلاقة القائمة بين الفئتين التى تتكون منهما القضية الكلية الموجبة كما يرجع عدم انتماء العضو س إلى الفئة ذات العضو الواحد { س } إلى العلاقة القائمة بين الفئتين التى تكونت منهما القضية الكلية السالبة ، حيث يقول ، إن قولنا س يكون { س } هذا التعبير يتكافأ منطقياً مع القضية الكلية الموجبة كل أ هى ب كما نجد القضية المفردة المنطقية س لا تكون { س } وهذا التعبير يتكافأ مع القضية الكلية السالبة لا أ هى ب ، [2] وعلى ذلك يوجد تماثل بين القضية الكلية الموجبة التى تنشأ من علاقة فئتين موجبتين والقضية المفردة الموجبة التى تنشأ عن علاقة بين فئة ذات عضو واحد والعضو الذى يمثل هذه الفئة وكذلك القضية المفردة السالبة والقضية الكلية السالبة .

ويقرر روسير بأن الفئة ذات العضو الواحد إذا كانت تحتوى عضواً يحمل خصائص فريدة وأن هذا العضو لا يكون مستقلاً كل الاستقلال عن الأعضاء الأخرى لأنه يشترك مع الأعضاء الأخرى في خصائص معينة وينفرد بخاصية وهى التى جعلته يمثل فئة ذات عضو واحد وأن ترتيب الفئات يقوم على نظرية الأنماط ، فإن الفئة ذات العضو الواحد وذلك العضو يندرجان تحت نمط واحد . [3]
ويمكن التعبير عن الفئة ذات العضو الواحد كما يلى :

(س ، ص) ص ∈ { س } = ص = س [4]

---

1 - Basson , and O'connor , op. cit. P. 149
2 - Copi , " Introduction to logic", P. 212
3 - Rosser , op. cit. P. 250 .
4 - Ibid. P. 250

بمعنى إذا كانت الفئة { س } تحتوى على عضو واحد فقط Only One Member وأن ص عضو فى الفئة { س } يلزم عن ذلك أن العضو ص يكون فى هوية مع العضو س الممثل لهذه الفئة { س } .

(س ، ص) ، { س } = { ص } = س = ص [1]

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد { س } فى هوية مع الفئة ذات العضو الواحد { ص } فإن العضو س يكون فى هوية مع العضو ص .

{ س ، ص } = { س ، ع } = ص = ع [2] إذا كان الفئتان { س } ، { ص } فى هوية مع الفئتين { س } ، { ع } فإن العضو ص يكون في هوية مع العضو ع .

وإذا كانت الفئة ذات العضو الواحد لها دور فعال في المنطق الحديث فهل هى من إبداع المناطقة المحدثين أم من إبداع المنطق الأرسطى، وإذا كانت من إبداع المنطق الأرسطىفما قيمتها في بناء النسق المنطقي الأرسطى؟

في الحقيقة ترجع فكرة الفئة ذات العضو الواحد إلى المنطق الأرسطىفقد عُرفت عند أرسطو بالحد الجزئى وكانت نوعاً أساسياً من أنواع الحدود التي قام بتقسيمها أرسطو ، لذا يعد أرسطو الواضع الحقيقى لما عرف بالفئة ذات العضو الواحد .

وقد عرض لنا أرسطو تعريف الفئة ذات العضو الواحد من خلال التفرقة بين الحد الكلى والحد الجزئى ، حيث يقول " أعنى بقولى كلياً ما من شأنه أن يحمل على أكثر من واحد وأعنى بقولى جزئياً ما ليس بذلك من شأنه ومثال ذلك أن قولنا " إنسان " من المعانى الكلية وقولى " كالياس " من المعانى الجزئية .[3]

وهنا نجد من خلال النص السابق أن الحد الجزئى عند أرسطو يعبر عن فئة ذات عضو واحد فالحد الجزئى عند أرسطو يحتوى على عضو واحد يحمل خصائص فريدة لا يحملها أى عضو آخر ، حيث يقول ، الكلى يحمل على أكثر من واحد والجزئى ما ليس بذلك أى يحمل على واحد أو لا يحمل على أكثر من واحد .

وإذا كان الحد الجزئى يعد نوعاً أساسياً من أنواع الحدود فهل أفسح أرسطو له المجال للمشاركة في بناء نسقه المنطقى أم لا ؟ يقول لوكاشيفتش ، إن أرسطو لم يدخل في منطقه الحدود الجزئية وهو لا يطبق منطقه إلا على الحدود الكلية مثل إنسان أو حيوان

---

1 - Ibid. P. 250
2 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 49
٣ - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ١ ، دار القلم الكويت ، و كالة المطبوعات ، ١٩٨٠م ، ص ١٠٥ .

بل أن هذه الحدود إنما تنتمى إلى مجال تطبيق النسق الأرسطىلا إلى النسق نفسه، [١] لذا نجد أرسطو على الرغم من أنه اعتبر الحد الجزئى نوعا أساسيا من أنواع الحدود إلا أنه في بنائه لنسقه المنطقى لم يفسح المجال للحدود الجزئية للمشاركة في بناء نسقه المنطقى .

وبالنظر في نظرية القياس والتى تعد تطبيقا واضحا لبناء النسق المنطقى الأرسطى نجد أرسطو أقام هذه النظرية على الحدود الكلية وأن الحدود الجزئية ليس لها مكان لدى أرسطو في بنائه لنسقه المنطقى المتمثل بصورة واضحة في نظرية القياس يقول لوكاشيفتش ، لم يلتفت أرسطو فى بنائه لمنطقه إلى الحدود الجزئية ففى الفصول الأولى من التحليلات الأولى وهى الفصول التى تحتوى على عرضه المنهجى لنظريته القياسية لا يذكر تمييزا للحدود الكلية كما لاحظ ألكسندر بحق أن نفس تعريف المقدمة الذى أعطاه أرسطو لا ينطبق إلا على الحدود الكلية ولا يصلح للجزئية . [٢]

وهذا يعنى أن بناء النسق الأرسطى نفسه يتطلب الحدود الكلية ولا يصلح أن يقوم على الحدود الجزئية ، لذا نجد أرسطو لا يرفض فكرة الفئة ذات العضو الواحد ولكن بناء المنطق الأرسطىنفسه لا يكون في حاجة إلى الفئة ذات العضو الواحد .

بالإضافة إلى أن أرسطو حدد العلاقة القائمة بين الحد الكلى والحد الجزئى بأنها علاقة تضمن طالما أن الحد الكلى يحتوى الحد الجزئى والحد الجزئى يمثل فئة فرعية من الحد الكلى ، يقول لوكاشيفتش ، نجد لأرسطو فى التحليلات الأولى فصل شائق يقسم فيه أرسطو الأشياء فيقول من الأشياء ما لا يمكن أن يحمل حملا صادقا على أى شئ كان مثل كليون وكالياس ولكن أشياء أخرى يمكن أن تحمل عليه مثل إنسان أو حيوان ، [٣] وبذلك يكون حد إنسان وهو حد كلى يحتوى حد كليون أو حد كالياس وأن الحدود الجزئية تمثل فئات فرعية بالنسبة للحدود الكلية .

وعلى ذلك إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد لا تمثل أهمية في المنطق الأرسطى وخصوصا في بناء النسق المنطقى الأرسطى، فإن أرسطو أقربها كنوع أساسي من أنواع الفئات وأنه وضع الأساس الأول لمفهومها وكذلك حدد العلاقة بينها وبين الفئة الكلية وهى علاقة التضمن .

---

١ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٨٥ .
٢ - نفس المرجع ، ص ١٧ .
٣ - نفس المرجع ، ص ١٨ .

أهم المفاهيم القائمة على الفئة ذات العضو الواحد

إذا كان س عضواً في الفئة أ وأن س في نفس الوقت يمثل فئة ذات عضو واحد { س } فالفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة ذات العضو الواحد { س } لا تكون فئة فارغة ، بل فئة ذات عضو واحد ، أي

س ∈ أ ≡ { س } ∩ أ ≠ صفر [1]

(أ) { س } س ∉ أ ≡ { س } ⊃ أَ [2]

إذا كانت الفئة الشاملة تحتوى جميع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة أَ ، فإن أى عضو فى الفئة الشاملة لابد أن يكون عضواً في الفئة أ أو عضواً في الفئة أَ وفى حالة أن س لا يكون عضواً فى الفئة أ فإنه يكون عضواً فى الفئة أَ وأن العضو س يمثل فئة ذات عضو واحد { س } فإن الفئة { س } تكون فئة فرعية من الفئة أَ .

(أ) { س } س ∈ أ ≡ س ∈ ١ . { س } ⊃ أ [3]

إذا كانت كل فئة ، فئة فرعية من الفئة الشاملة ، ففى حالة أن س يكون عضواً فى الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد يتكافأ بأن س يكون عضواً فى الفئة الشاملة والفئة ذات العضو الواحد { س } تكون متضمنة فى الفئة الشاملة .

(س) س ∈ ١ ≡ س ∈ { س } [4]

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تمثل فئة فرعية من الفئة الشاملة ففى حالة أن س يكون عضواً فى الفئة الشاملة يكافئ بأن س يكون عضواً فى الفئة ذات العضو الواحد { س }

(س) ص ∈ { س } ≡ س ∈ ١ . س = ص . [5]

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوى عضواً واحداً فقط ، ففى حالة أن ص يكون عضواً فى الفئة { س } يكافئ أن س الذى يمثل فئة ذات عضو واحد يكون عضواً فى الفئة الشاملة وأن س يكون فى هوية مع ص .

(س) (ص) ص ∈ { س } ≡ س = ص ≡ س ∈ ١ [6]

---

1 - Quine , " Mathematical logic" , P. 189
2 - Ibid. P. 190
3 - Ibid. P. 190
4 - Ibid. P. 190
5 - Ibid. P. 190
6 - Ibid. P. 191

وفـى حالـة ص يكـون عضـواً فـى الفئـة ذات العضـو الواحـد { س } هـذا يكـافئ س يكون فى هوية مع ص ويكافئ أيضاً س يكون عضواً فى الفئة الشاملة

(س) { س } ⊃ أ . V . { س } ⊃ أَ [1]

إذا كان كل عضو فى الشـاملة إمـا أنـه عضـو فـى الفئـة أ أو إنـه عضـو فـى الفئـة أَ ففى حالة أن س يمثل فئة ذات عضو واحد ، فإن الفئة { س } إما أنـها فئـة فرعيـة مـن الفئـة أ وإما أنها فئة فرعية من الفئة أَ .

(ص) (س) ص ، ع ∈ { س } . ⊂ . ص = ع [2]

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتـوى عضـو واحـد فقـط ، ففـى حالـة أن ص ، ع كليهما عضو فى الفئة { س } يلزم عن ذلك أن ص يكون فى هوية مع ع .

{ س } = { ص } ≡ س = ص [3]

وفى حالة أن الفئة { س } تكون فى هويـة مـع الفئـة { ص } يكـافئ بـأن العضـو س يكون فى هوية مع العضو ص ، لأن س يمثل الفئة { س } و ص يمثل الفئة { ص } .

{ س } ∈ ١ [4]

على الرغم من أن هـذه النظريـة تقـرر بـأن الفئـة ذات العضـو الواحـد { س } تنتمـى إلـى الفئـة الشـاملة إلا أن هـذه النظريـة فيـها نـوع مـن الخطـأ حيـث ان علاقـة فئـة بفئـة هـى علاقـة تضمـن وليسـت علاقـة انتمـاء لذلـك تكـون الفئـة {س} متضمنـة فـى الفئـة الشـاملة أى {س} ⊃ ١ .

س = { س } ≠ صفر [5]

إن الفئة ذات العضو الواحـد { س } تكـون فـى هويـة مـع العضـو س الـذى يمثلـها ، ولا تكون الفئة ذات العضو الواحد فئة خالية من الأعضاء لأنـها تحتوى على الأقل عضواً وعلى الأكثر عضواً .

س ∈ ١ . ⊂ . { س } ∈ ١ [6]

---

1 - Ibid. P. 192
2 - Ibid. P. 192
3 - **Quine , " set theory and its logic"** , P. 334
4 - Ibid. P. 334
5 - Ibid. P. 336
6 - **Morse** , op. cit. P. 52

ومن خلال هذه النظرية نجد أن مورس وقـع فـى نفس الخطـأ الـذى وقـع فيـه كواين فى تحديد العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد والفئـة الشـاملة بأنـها علاقـة انتمـاء فـى حين أن العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد وأى فئـة أخـرى مـا عـدا الفئـة الفارغـة تكـون علاقـة تضمن ويمكن تصحيح النظرية السابقة على النحو التالى :

س ∈ ١ . ⊂ . { س } ⊃ ١

س ∈ { ص } ≡ س = ص [١]

وهذه النظرية تقرر بأن فى حالـة أن س يكـون عضـواً فـى الفئـة { ص } يكـافئ بـأن العضو س يكون فى هوية مع العضو ص .

٤ - الفئة المتممة The Complement Class

إن جميع الفئات التى تندرج تحـت الفئـة الشـاملة تشترك فـى خصـائص معينـة ومـع ذلك تختلف فى خصائص أخرى فكـل فئـة مـن هـذه الفئـات تحـدد عـن طريـق خاصيـة تميزها عن غيرها مـن الفئـات الأخـرى ولكـل فئـة لـها فئـة أخـرى متممـة لـها وتكـون نفيـها ، يقـول ألكسـندر ، لتعيين كـل فئـة توجـد فئـة متممـة لـها تعيـن عـن طريـق غيـاب Absence الخصائص التى تحتويها أعضاء الفئة الأولى . [٢]

وإذا أخذنا الفئة الشاملة ولتكن فئة الألوان وأ هى فئة الأشـياء الحمـراء وفئـة جميـع الألوان التى لا تكون حمراء تسمى متممة لفئة الأشـياء الحمـراء ، [٣] فـالنفى للفئـة أ سـوف يكتـب أَ وهـذا يمثـل الأشـياء التـى لا تكـون أعضـاءً فـى الفئـة أ ، [٤] وكـون الفئـة الشـاملة تحتـوى علـى فئـات فرعيـة وأن كـل فئـة لـها فئـة أخـرى متممـة لـها ، فمجمـوع هـذه الفئـات الفرعية المندرجة تحت الفئة الشاملة يكـون لـها فئـة متممـة واحـدة ، فلـو قلنـا أن الفئـات أ ، ب ، جـ فئات فرعية للفئة الشـاملة فـإن الفئـة المتممـة لكـل هـذه الفئـات هـى الفئـة أَ بَ جـَ وهـى فئـة واحـدة متممـة لمجموعـة الفئـات الفرعيـة للفئـة الشـاملة وأن هـذه الفئـة المتممـة تحتوى خصائص لا تحتويها الفئات أ ، ب ، جـ .

---

1 - **Slupecki** , and **Borkowski**, op. cit. P. 161

2 - **Alexander**, op. cit. P. 160

3 - **Schipper** , and **Schuh** , op. cit. P. 258

4 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 28

و يعبر جورج بول عن الفئة المتممة بقولـه ، لكـى نعبر عـن الفئـة التـى ليست س أى الفئة التى تحتوي على أفراد كل واحد منها هو " ليس س " فأننـا نقـول بـأن الفئـة " س " والفئـة " لا س " يكونـان العالم كله أى عالم المقـال [1] وهـذا يعنـى أن مجمـوع الأعضـاء التـى تحتويـها الفئـة أ والأعضـاء التـى تحتويـها الفئـة المتممـة أَ هـى نفس الأعضـاء التـى تحتويها الفئة الشاملة التى تحتوي الفئة أ والفئة أَ .

ويقول ألكسندر، أن الفئـة أَ تحتـوى علـى جميـع الأعضـاء فـى عـالم المقـال مـا عدا الأعضاء التـى تنـدرج تحـت الفئـة أ ، [2] أى أن الفئـة أَ تحتـوى علـى جميـع الأعضـاء التـى تحتويها الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التى تحتويها الفئة أ .

والفئةأَ تسمى متممة الفئة أ إذا كانت أ مثلاً فئة الأشياء الحمـراء فـإن الفئـة أَ هـى فئة الأشياء التى ليست حمراء ، [3] في نطاق الفئـة الشـاملة وهـى فئـة الألـوان ، فالأعضـاء التى تندرج تحت الفئة أَ هى الموضوعات التى لا تكون فى الفئة أ .[4]
ولكل فئة ، فئة واحدة فقط متممة لـها ولا توجـد لفئـة معينـة فئتيـن متممتيـن لأن نفـى النفـى إثبات ، فكل فئة تحتوى فقط على فئة واحدة متممة لها . [5]

وإذا كانت الفئة أَ هى الفئة التى تعيـن عـن طريـق غيـاب الخصـائص التـى تحتويـها الفئة أ والتى يلزم عنها عدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئـة أ والفئـة أَ ، لـذا تكـون العلاقـة بيـن الفئـة أ والفئـة أَ علاقـة تنـاقض ، أي أن الفئـة والفئـة المتممـة لـها تكونـان دائمـاً متنـاقضتين مثـل إنسـان ولا إنسـان ، البريطـانى واللابريطـانى ، الأمـير والعـامى ، الجنـدى والمدنـى [6] وكـون الفئـة أ والفئـة أَ متنـاقضتين فـإن التنـاقض يكـون داخـل نطـاق الفئـة الشاملة التى تحتويهما ، فلو قلنا فئة الإنسان وفئة اللاإنسـان تكونـان متنـاقضتين داخـل الفئـة الشاملة وهى فئة الحيوانات .

---

١ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

2 - **Alexander** , op. cit. P. 161

3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 222

4 - **Rosser** , op. cit. P. 226

5 - **Lewis**, and **Langford** , op. cit. P. 32

6 - **Basson** , and **O'connor** , op. cit. P. 151

كما يرى جورج بول ، أن أعضاء الفئة المتممة أَ تحدد عن طريق أعضاء الفئة الشاملة مأخوذة منها أعضاء الفئة أ ، حيث يقول ، عالم المقال هو الواحد الصحيح (١) ولذا فإن الفئة لا أ تتحدد بواسطة الرمز (١ - أ) وعلى ذلك فالرمز " ١ - أ " فيما يتصل بموضوع معين Acertain Subject فإنه يعنى أن نختار أو نبحث من هذا الموضوع الأفراد أو الأعضاء التى يكون كل واحد منها متصفا بكونه لا أ [١]

و ليس فقط أن الفئة أَ متممة للفئة أ ولكن الفئة أ أيضاً تكون فئة متممة للفئة أَ ، أي أن الفئة أ تكون فئة متممة للفئة أَ [٢] فإذا قلنا أ فئة الإنسان وأَ فئة اللاإنسان نجد أن فئة الإنسان فئة متممة لفئة اللاإنسان وفى نفس الوقت فئة اللاإنسان تكون فئة متممة لفئة الإنسان فى نطاق الفئة الشاملة وهى فئة الحيوانات .

وإذا كانت الفئة أَ هى الفئة النافية للفئة أ والمكونة من الأشياء التى لا تنتمى إلى الفئة أ أو تتعلق بها [٣] فإن الفئة أ والفئة النافية لها أَ تكونان فى استبعاد **Exclusive** كلى متبادل ، **Mutual** [٤] أى لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة أَ والفئة أ أَ فى هذه الحالة تكون فئة فارغة .

فالعضو الذى ينتمى إلى **Belong to** إحدى الفئتين لا ينتمى إلى الفئة الأخرى أى (س ∈ أَ . ⊂ . س ~ ∈ أ [٥]

كما يستخدم السلب فى تعريف التتام أَ للفئة أ أو الفئة السالبة بمعنى أن الفئة أ تتألف من مجموعة أعضاء لتكن Ø س .

يمكن تكذيب الصيغة (س ∈ أ) بالصيغة (س ~ ∈ أ) ،[٦] فكل عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أنه عضو فى الفئة أ وإما أنه عضو فى الفئة أَ ، فإذا كان س عضواً فى الفئة أ ، لا يكون عضواً فى الفئة أَ والعكس بالعكس .

---

١ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

2 - Schipper , and Schuh, op. cit. P. 258

٣ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٤٨ .

4 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 122

5 - Rosser, op. cit. P. 228 .

6 - Whitehead , and Russell , op. cit. P. 27

وإذا كـان التتـام بيـن الفئـة أ والفئـة أَ يتـم داخـل نطـاق الفئـة الشـاملة فـهل الفئـة الشـاملة لـها فئـة أخـرى متممـة لـها ، تقـول سـوزان لانجـر ، إذا كـان لكـل فئـة ، فئـة أخـرى متممـة لـها فإن الفئـة الشاملة لا تكون مستثناة من هـذه القـاعدة فتكـون متممـة الفئـة الشـاملة هي الفئـة الفارغة ، أي نستطيع أن نعين الفئة الفارغة عن طريـق الفئـة الشـاملة و أن الفئـة الفارغـة و الفئـة الشـاملة كـل منـهما تكـون فئـة متممـة للفئـة الأخـرى ،[1] وهـذا يعنـي أن الفئة الفارغة تكـون فئـة متممـة للفئـة الشـاملة وفـي نفـس الوقت الفئـة الشـاملة تكـون فئـة متممة للفئة الفارغة ، ويؤكد هذا المعنى كـلٍ مـن سلوبسكى وبوركوسكى ، بقولـهما ، كـل مـن الفئتيـن الفارغـة والشـاملة تكـون متممـة للأخـرى ،[2] ، أى صفـر = ١َ و ١ = (صفر)َ فالفئة الفارغة تكون فى هوية مع متممة الفئـة الشـاملة والفئـة الشـاملة تكـون فـى هوية مع متممة الفئة الفارغة .

وإذا كانت الفئة الشاملة تحتوى على أكثر من فئة فرعية فـإن الفئـات المتممـة تقسـم الفئة الشاملة بينـهما إلى أ ، أَ . ب ، بَ .... الخ [3] مـع مراعـاة أن مـهما تعددت الفئـات الفرعية المحددة المندرجة تحت الفئة الشاملة إلا أن الفئـات المتممـة لـها فئـة واحـدة فقـط ، وهـى التـى تحتـوى جميـع الأعضـاء فـى الفئـة الشـاملة مـا عدا الأعضـاء التـى تنـدرج تحـت الفئات المحددة .

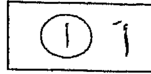
وإذا كـان لكـل فئـة ، فئـة أخـرى متممـة لـها وأن حـاصل عمليـة الجمـع تنتـج فئـة ، فالفئـة المتممـة للفئـة (أ + ب) هـى الفئـة (أ + ب)َ وتشـتمل علـى كـل مـا ليـس (أ + ب) تكافئ الفئـة أَ بَ أى الفئـة (أ + ب)َ تكـون فـى هويـة مـع الفئـة أَ بَ ، [4] فـإذا كـانت أ فئـة الكـلاب و ب فئـة الخيـل ، فالفئـة المتممـة للفئـة الناتجـة عن مجمـوع فئـة الكـلاب وفئـة الخيل هى الفئة التى تحتوى على كل ما ليس بكلب أو خيل فى نطاق فئة الحيوانات .

وكذلك إذا كان حـاصل الضـرب المنطقـى ينتـج عنـه فئـة ، فالفئـة المتممـة للفئـة أ ب هى الفئة (أ ب)َ وهى تساوى مجموع الفئات المتممـة المكونـة منـها أي (أ × ب)َ تكـون

---

1 - Langer , op. cit. P. 144
2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 163
3 - Langer , op. cit. P. 146
4 - Copi , " symbolic Logic " , P.335

فى هوية مع الفئة (أَ+بَ) ، [1] فالفئة المتممة لفئة الكلاب والخيل معاً (أ ب)َ هى الفئة التى تحتوى مجموع أعضاء كل ما ليس بكلب أو ما ليس بخيل فى نطاق فئة الحيوانات ، ويمكن التعبير عن الفئة المتممة عن طريق شكل فن على النحو التالى :



فالفئة أ هى عبارة عن الدائرة داخل الفئة الشاملة فكل عضو فى الدائرة يندرج تحت الفئة أ و الفئة أَ تحتوى الأعضاء التى تندرج تحت الفئة الشاملة ولا تندرج تحت الفئة أ. [2]

ويمكن تعريف الفئة المتممة أيضاً عن طريق دالة القضية :

~س ط ≡ س ~ ∈ ف (ف ط)

≡ س ~ ∈ أ

≡ س ∈ أَ

ومعنى هذه التعبيرات القول من الخطأ س هو ط يكافئ القول بأن س ليس عضواً فى الفئة المحددة بـ ط ويكافئ أيضاً القول بأن س ليس عضواً فى أ يكافئ أيضاً أن س عضواً في لا أ . [3]

ويمكن تعريف الفئة المتممة على النحو التالى :

أَ = شْ (س ~ ∈ أ) أو س ∈ أَ = س ~ ∈ أَ [4]

إذا كانت الفئات فى المنطق الحديث ما هى إلا الحدود الأرسطية ، وأن أرسطو قسم الحدود إلى حدود كلية وأخرى جزئية فهل نجد لديه ما عرف بالفئة المتممة فى المنطق الحديث ؟ نعم أن الفئة المتممة عرفت عند أرسطو بالحد السالب ونفس معناها يمكن التماسه فى المنطق الأرسطى، يقول أرسطو فى ذلك ، الإيجاب فإنه الحكم بشيء على شئ والسلب هو الحكم بنفى شئ عن شئ . [5]

وعلى ذلك فالحد الموجب فى نظر أرسطو هو إثبات لخصائص معينة لهذا الحد وأن الحد السالب هو نفى هذه الخصائص عن الحد الموجب وبذلك يصبح الحد الموجب بعد

---

1 - Ibid. P. 335

2 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 165

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة فى المنطق الرمزى " ، ص ٢٤٩ .

4 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P.222

٥ - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د / عبد الرحمن بدوي ،جـ١ ، ص ١٠٤

نفى الخصائص عنه حداً سالباً Negative Term مثل فئة الأشياء الحمراء تكون حداً موجباً وهنا يكون إثبات صفة أحمر للأشياء وعندما نقول ما ليس بأحمر هنا ننفى الخاصية التى اتصف بها الحد الموجب عن الأشياء وهى اللون الأحمر ، وبذلك أصبح الحد الموجب حداً سالباً بعد نفى الخصائص المحددة عنه ، أو بعبارة أخرى الحد السالب هو الحد الذى يعبر عن غياب الخصائص التى يحتويها الحد الموجب .

وأرسطو يؤكد بأن الحد السالب أ َ والحد الموجب أ كل منهما متمم للآخر وليس فقط الحد السالب أ َ هو المتمم للحد الموجب ولكن الحد الموجب يكون أيضا متمماً للحد السالب ، " و يمكن أن يحكم على ما هو موجود بأنه ليس موجوداً وعلى ما ليس بموجود بأنه موجود " .(١)

كما نجد أرسطو حدد العلاقة بين الحد الموجب والحد السالب بأنها علاقة تناقض فكل عضو إما أنه عضو فى الحد الموجب وإما أنه عضو فى الحد السالب ، ولا يوجد عضو مشترك بين الحد الموجب والحد السالب فى نفس الوقت ، فلكل إيجاب سلب قابلته ولكل سلب إيجاب قابلته ، (٢) فكل حد موجب لابد أن يكون له حد سالب وكل حد سالب لابد أن يكون له حد موجب .

وعلى ذلك فالفئة المتممة عند أرسطو تعين عن طريق غياب الخصائص التى تحتويها الفئة الموجبة وأن العلاقة بين الفئتين علاقة تناقض ، أي " كما أن الموجبة تقابل السالبة مثال ذلك قولك أنه جالس لقولك أنه ليس بجالس كذلك يتقابل أيضاً الأمران اللذان يقع عليهما كل واحد من القولين أعنى الجلوس لغير الجلوس " . (٣)

بالإضافة إلى أن أرسطو يشترط بأن الفئة التى نحكم عليها بالسلب أو الإيجاب لابد من وجود أعضاء لها فى الواقع الملموس ، فإننا لا نستطيع أن نؤكد صفة لشئ وهو غير موجود بالفعل ، فتأكيد صفة أو نفى صفة لشئ يكون بعد التأكد من وجوده فى الواقع ، حيث يقول ، فإن سقراط صحيح مضاد لـ سقراط مريض لكنه ليس يجب ضرورة دائماً ولا فى هذه أن يكون أحدهما صادقاً والآخر كاذباً إذن فإن سقراط إذا كان موجوداً كان أحدهما

---

١ - نفس المصدر والصفحة .
٢ - نفس المصدر والصفحة .
٣ - نفس المصدر صفحة ٦٥ .

صادقاً و الآخر كاذباً وإذا لم يكن موجوداً فهما جميعاً كاذبان وذلك متى لم يكن سقراط موجوداً البتة لم يكن صدقا لا أن سقراط مريض ولا أنه صحيح . [١]

وبذلك إذا كان أرسطو يشترط فى الحد أن يكون له أعضاء موجودة فى الواقع قبل الحكم عليه بأنه سالب أو موجب ، لذا فالفئة الفارغة فى نظر أرسطو لا تصلح أن تكون فئة متممة للفئة الشاملة لعدم احتوائها على أعضاء فى الواقع ، وليس معنى ذلك أن الفئة الشاملة التى عبر عنها أرسطو بالجنس لا يكون لها فئة متممة ، ولكن كون أن الجنس يكون متضمناً فى جنس الأجناس ، فإن الحد السالب للجنس يكون حداً مقابلاً للجنس فى داخل نطاق جنس الأجناس .

أهم المفاهيم القائمة على الفئة المتممة

أً = أ [٢]

هذه النظرية تقرر أن متممة الفئة أً تكون فى هوية مع الفئة أ .

أ + أَ = ١ [٣]

وهذه النظرية تقرر بأن مجموع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة المتممة لها أَ تستنفذ الفئة الشاملة ، فكل عضو فى الفئة الشاملة إما أن يكون عضواً فى الفئة أ أو عضوا فى الفئة أَ

أ ⊃ ب . ⊂ . بَ ⊃ أَ [٤]

وهذا يعنى كلما زاد عدد الفئات المحددة المندرجة تحت الفئة الشاملة كلما قل عدد الفئات المتممة لهذه الفئات المحددة .

٥ - الفئة المشتركة The common class

يقول جورج بول ، نفترض مقدماً أن الفرد الواحد يمكن أن يكون عضواً في أكثر من فئة طالما أنه يمكن أن يتصف بأكثر من صفة تكون مشتركة بينه وبين أفراد آخرين [٥]

---

١ - نفس المصدر " كتاب المقولات " ، ص ٦٨ .

2 - **Copi** , " symbolic logic" , P. 335.
3 - **Langer** , op. cit. P. 145
4 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 223

٥ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٤ .

وتقول سوزان لانجر ، وجود فئتين بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفئة المشتركة ، (١) وعلى ذلك فالأعضاء المشتركة بين فئتين أو أكثر تمثل فئة مشتركة طالما أن كل عضو من هذه الأعضاء يحمل خصائص الفئتين فى نفس الوقت .

ويرمز للفئة المشتركة ، القائمة بين الفئة أ والفئة ب بالرمز أ ب حيث يقول جورج بول ، أن الرمز (أ ب) يعبر عن كل الفئة التى تكون أعضاؤها أ ، ب فى وقت واحد ، فإن الرمز ب (١ - أ) سوف يمثل الفئة التى يكون أعضاؤها أ ، ب فى وقت واحد ، كما يمثل الرمز (١ - أ) (١ - ب) كل الفئة التى يكون أعضاؤها هم لا أ ، لا ب فى وقت واحد. (٢)

فعندما نقول فئة الورود الحمراء " أ ب " نحن نتحدث عن الفئة المشتركة لفئة الورود أ وفئة الأشياء والحمراء ب أى الأعضاء التى تحمل خصائص كلٍ من فئة الورود (أ) وخصائص فئة الأشياء الحمراء (ب) فى نفس الوقت .

ويقول تارسكى ، إن العمليات **The Operetions** التى تتخذ إزاء فئات معينة فإنها تنتج لنا فئات جديدة ، فإذا كانت هناك فئتان هما أ ، ب استطاع الإنسان أن يكون منهما فئة جديدة ويكون أعضاؤها هى فقط تلك الأعضاء التى تنتمى إلى الفئتين أ ، ب أى حاصل الضرب المنطقى **The Logical Product** يتمثل فى فئة مشتركة بينهما أنها فئة تتألف من الأعضاء المشتركة بين الفئتين فى نفس الوقت ، (٣) لذا فالفئة المشتركة لا يقتصر تحديد معناها من خلال الأعضاء المشتركة بين فئتين أو أكثر ، فالفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى تسمى الفئة المشتركة .

وترى سوزان لانجر ، أن الفئة المشتركة لا تكون بأى حال من الأحوال فئة فارغة ، وأننا لكى نطلق عليها اسم فئة مشتركة لابد من احتوائها على الأقل عضو يحمل خصائص أكثر من فئة فى نفس الوقت (٤) ، وفى حالة احتواء الفئة المشتركة على عضو واحد نطلق عليها فئة مشتركة ذات عضو واحد .

ويمكن التعبير عن الفئة المشتركة أ ب كما يلى :

---

1 - Langer , op. cit . P. 148

* Reichenbach , op. cit. P. 195

* انظر أيضا فى ذلك

٢ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

٣ - الفريد تارسكى ، المرجع السابق ، ص ١١٥ .

4 - Langer , op. cit. P. 138

أ ب = سْ^ (س ∈ أ . س ∈ ب) [1]

بمعنى أن الفئة المشتركة أ ب كل عضو فيها يكـون عضـوا فـى الفئـة أ و عضـوا فـى الفئة ب فى نفس الوقت أى إذا كان س عضوا فى الفئـة أ ب فإنـه يكـون عضـوا فـى الفئـة أ و عضوا فى الفئة ب فى نفس الوقت .

فإذا قلنا فئة " الزهـور الحمـراء " فإننـا نشـير إلـى فئـة مشـتركة بيـن فئـة الزهـور وفئة الأشياء الحمراء ، [2] وبذلك تكون الفئـة المشـتركة هـى عبـارة عـن تقـاطع بيـن فئتيـن بحيث كل عضو ينتمى إلى الفئة الأولى ينتمى إلى الفئة الثانية ويحمـل خصـائص الفئتيـن فـى نفس الوقت .

والقول بأن أعضاء الفئـة المشـتركة تحتـوى خصـائص الفئـات الناتجـة عنـهم ، يلـزم عن ذلك أن عدد أعضاء هـذه الفئـة تكـون أقـل مـن عـدد أعضـاء أى فئـة مـن الفئـات الناتجـة عنهم ، أي أن عدد الأعضاء الناتجة عن اشتراك فئتين والمكون للفئة المشـتركة يكـون أقـل من عدد أعضاء كل واحدة على حدة ومن ثم فـإن الفئـة " أ ب " تكـون متضمنـة فـى الفئتيـن أ ، ب معا طالما أنها جزء من الفئة أ وجزء من الفئة ب فى وقـت واحـد ، مثـال ذلـك لـو كـان لدينا عالم مقال يتكـون مـن فئتيـن فئـة الأدبـاء أ وفئـة الفلاسـفة ب كـانت الفئـة " أ ب " هـى فئة الأدباء الفلاسفة .[3]

وعلى ذلك نستطيع أن نقرر بأن الفئة المشتركة أصغـر مـن الفئتيـن اللتيـن تشـتركان فى تكوينها ، اللهم فى بعض الحالات التـى تتسـاوى مـع أحـد الفئتيـن ولكـن مـن المؤكـد أنـها لن تكون أكثر منهما على الإطـلاق والحـالات التـى تتسـاوى فيـها الفئـة المشـتركة مـع إحـدى الفئتين الناتجـة عنـهما الحالـة الأولـى ، عندمـا تكـون إحـدى الفئتيـن الناتجـة عنـــهما الفئـة المشتركة فئة ذات عضو واحد ، فلو قلنا فئـة " عميد الأدب العربى مثقف " هنا نجد أن الفئة الأولى أ تحتوى عضوا واحدا وهو طـه حسين والفئـة الثانيـة ب تحتـوى كـل شـخص مثقف والفئة المشتركة هنا تنطوى علـى عضـو واحـد وبذلـك تكـون الفئـة المشـتركة أ ب فـى هذه الحالـة مساوية للفئة أ .

أما الحالة الثانية التى تتساوى فيها الفئـة المشـتركة لإحـدى الفئتيـن الناتجـة عنـهما ، عندما تكون الفئة المشتركة ناتجة عن قضيـة كليـة موجبـة أى كـل أ هـو ب نجـد أن الفئـة أ

---

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 223

2 - Reichenbach , op. cit. P. 195

٣ - د/ عزمى إسلام ، " أسس المنطق الرمزى " ، ص ٣٣ .

ب تكون مساوية للفئة أ لأن الفئة أ فى هذه الحالة تكون متضمنة فى الفئة ب ، لذا تكون الفئة أ ب مساوية للفئة أ .

ويرتبط الحديث عن الفئة المشتركة بالحديث عن المفهوم والماصدق والمقصود بمفهوم فئة معينة هو ما تعنيه هذه الفئة ، فثمة قاعدة تقرر كلما زاد نطاق المفهوم اتساعاً ضاق وقل عدد أفراد الفئة والعكس بالعكس ، فإن فئة زهرة حمراء تحتوى خصائص أوسع من الخصائص التى تحتويها فئة زهرة والسبب هو إضافة الأشياء الحمراء إلى خصائص زهرة ، وبذلك فالأعضاء التى تندرج تحت فئة زهرة حمراء تكون أقل من الأعضاء التى تندرج تحت فئة الزهرة. (١)

ويعلل ريشنباخ ، السبب فى زيادة المفهوم فى الفئة المشتركة فيرى أنه يرجع إلى الأداة واو العطف بين الفئتين اللتين تتكون منهما الفئة المشتركة ، حيث يقول ، الحقيقة أن ما يقال عن زيادة فى المفهوم هو إضافة فئة ثانية أو خاصية باستخدام واو العطف (٢) بمعنى إذا كانت الفئة هى مجموعة من الأفراد التى تحتوى خصائص معينة وهذه الأفراد تكون أعضاء الفئة (٣) ، فإضافة فئة إلى فئة أخرى بواو العطف يزيد من اتساع المفهوم الخاص بالفئة المشتركة ، وبذلك فعملية الضرب المنطقى لفئتين تزيد من اتساع الخصائص لأن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقى تحتوى خصائص الفئة الأولى وخصائص الفئة الثانية ، مما يؤدى ذلك إلى تقليل فى عدد الأعضاء التى تندرج تحت هذه الفئة .

وإذا كانت الفئة أَ تعبر عن غياب خصائص الفئة أ ، وأن الفئة أ والفئة أَ متناقضتان لعدم وجود أعضاء مشتركة بينهما ، نجد إيتون يقول ، لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة أَ ، (٤) وهذا يعنى أن إجراء عملية الضرب المنطقى على الفئة أ والفئة أَ لا ينتج عنه فئة مشتركة بأى حال من الأحوال ، لأن الفئة المشتركة لا تكون فئة فارغة .

---

1 - Reichenbach , op. cit. P. 195

2 - Ibid. P. 196

3 - Cohen, and Nagel , op. cit. P. 122

4 - Eaton , op. cit. P. 423

وكذلك إذا كانت الفئة الفارغة هى الفئة الخالية من الأعضاء ، فإن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى للفئة الفارغة وأى فئة أخرى لا تعبر عن فئة مشتركة لعدم وجود أعضاء مشتركة بينهما .

ويمكن التعبير عن الفئة المشتركة عن طريق التكافؤ بين دوال القضايا .

س ط . س هـ ≡ س ∈ ف (ف ط) . س ∈ ف (ف ب)

≡ س ∈ أ . س ∈ ب

≡ س ∈ (أ ب) [1]

والآن إذا كان أرسطو قسم الحدود والتى عُرفت بالفئات فى المنطق الحديث إلى حدود كلية وحدود جزئية ، فهل للفئة المشتركة جذور فى المنطق الأرسطى؟ فى الحقيقة على الرغم من أن أرسطو لم يضع الفئة المشتركة كنوع أساسي من أنواع الحدود ، إلا أنه أعطى تصوراً للفئة المشتركة من خلال عرضه للحد المشترك ، حيث يقول " حد الاشتراك هو أن يكون الشئ يقبل حد مشاركة ، فمن أن الأنواع تشارك الأجناس والأجناس لا تشارك الأنواع وذلك أن النوع يقبل حد الجنس والجنس لا يقبل حد النوع " ، [2] ومن خلال النص السابق نجد أن النوع والذى يمثل فئة فرعية بالنسبة للفئة الشاملة يعبر عن فئة مشتركة لأن كل عضو فى النوع يكون عضواً فى الجنس أى كل عضو يحمل خصائص النوع يحمل خصائص الجنس فى نفس الوقت .

كما نجد أن الفئة المشتركة فى نظر أرسطو تكون متضمنة فى كلتا الفئتين الناتجة عنهما ، بمعنى إذا كان النوع يمثل فئة مشتركة والنوع يكون متضمناً فى الجنس ، يلزم عن ذلك أن الفئة المشتركة تكون متضمنة فى كلتا الفئتين الناتجة عنهما ، فلو قلنا فئة الإنسان (أ) وفئة الحيوان (ب) وأن فئة الإنسان تمثل النوع وفئة الحيوان تمثل الجنس ، فإن الفئة المشتركة أ ب فى هذه الحالة تحتوى كل عضو يحمل خصائص فئة الإنسان وخصائص فئة الحيوان فى نفس الوقت ، أى الأعضاء التى تحتويها الفئة أ ب هى الأعضاء التى تحتويها الفئة أ ، وبذلك تكون الفئة المشتركة فى نظر أرسطو أيضا مساوية لإحدى الفئتين الناتجة عنهما بالإضافة إلى أن تصور الفئة المشتركة فى نظر أرسطو لا يقتصر على علاقة النوع بالجنس وإنما يقرر بأن مفهوم الفئة المشتركة يظهر بوضوح من خلال الأعضاء المشتركة بين فئتين ، طالما أن كل عضو من هذه الأعضاء يحمل خصائص الفئتين فى نفس الوقت ، أي " لأنه من الاضطرار أن يكون المشارك للجنس

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 233

٢ - أرسطو ، الطوبيقا ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ،جـ٢ ، ص. ٥٥٤

مشاركاً لشئ من أنواعه وذلك أن الأشخاص قد تشارك الجنس والنوع ، مثال ذلك " إنسان ما " فإنه يشارك الإنسان ويشارك الحى " ، [1] ومن خلال هذا النص نجد أرسطو يقرر بأن وجود أعضاء مشتركة بين فئتين هذه الأعضاء تمثل فئة مشتركة .

وإذا كان أرسطو وضع لنا تصور الفئة المشتركة ، فما الاختلاف فى مفهوم الفئة المشتركة فى منطق أرسطو عنه فى المنطق الحديث ؟

فى الحقيقة أن الفئة المشتركة فى المنطق الحديث تحتوى على الأقل عضواً أى تمثل فئة مشتركة ذات عضو واحد ، ونظراً لأن أرسطو أقام بناء نسقه المنطقى على الحدود الكلية ولم يفسح المجال أمام الحدود الجزئية فى بنائه لنسقه المنطقى ، فإن الفئة المشتركة عند أرسطو لا تكون بأى حال من الأحوال فئة تحتوى على عضو واحد ، فالفئة المشتركة عند أرسطو لابد أن تحتوى عضوين على الأقل .

٦ - الفئة الوجودية Exist Class

الفئة يقال عليها أنها وجودية Exist إذا احتوت على عضو واحد على الأقل ، [2] بمعنى أن الفئة تكون وجودية إذا كان هناك عضواً واحداً ينتمي إلى تلك الفئة ونرمز إليها أ فئة وجودية بـ " ف أ " [3]

ويقول رسل أيضاً فى ذلك ، نأخذ دالة القضية ونقرر أنها صادقة أحياناً ذلك يعطيك المعنى الأصيل لكلمة " وجود " وأنه توجد قيمة واحدة على الأقل للمتغير س بحيث تكون هذه الدالة صادقة ، خذ مثلاً " س إنسان " توجد على الأقل قيمة واحدة للمتغير س بحيث تكون هذه الدالة صادقة. [4]

وعلى ذلك نستطيع أن نقرر بأن الفئات إما أنها وجودية وإما أنها غير وجودية فالفئات الوجودية هي الفئات التى تحتوى كل منها على الأقل عضو وأن الفئات اللاوجودية هى التى تكون خالية من الأعضاء وأن تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية أقرب الطرق للوصول إلى مفهوم الفئة الوجودية ، فدالة القضية تحتوى متغيرا ، فإذا عوضنا عن المتغير بقيم تحمل خصائص الفئة المراد تحديد معناها تكون القضية الناتجة عن دالة

---

١ - نفس المصدر ، ص ٥٥٥ .

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٦ .

3 - **Whitehead**, and **Russell**, op. cit. P. 29

4 - B.**Russell**, **Logic and knowledge**, George Allen and unwin, ITD, London, 1967, P. 89

القضية فى هذه الحالة صادقة وأن الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة فئة وجودية ، أما إذا لم توجد قيم تحل محل المتغير فى دالة القضية وتحول دالة القضية إلى قضية صادقة ، فإن الفئة المراد تحديدها فى هذه الحالة تكون فئة فارغة أو فئة لا وجودية .

فلو نظرنا إلى الفئة الشاملة وهى الفئة التى تحتوى على جميع الأشياء الطبيعية أو الأحداث ، [1] أو هى الفئة التى تتسع لكل الفئات التى يمكن أن تندرج تحتها أو أنها تحتوى على كل الأشياء موضوع الحديث ، فهنا نجد أن الفئة الشاملة تحتوى على أكثر من فئة ولذلك إذا أردنا تحديد معنى الفئة الشاملة عن طريق دالة القضية نجد أكثر من عضو للفئة الشاملة يحقق صدق دالة القضية ويحولها إلى قضية صادقة وبذلك تكون الفئة الشاملة فئة وجودية .

وأيضاً بالنظر إلى الفئة ذات العضو الواحد ، والتى تحتوى على الأقل وعلى الأكثر عضواً واحداً فقط ، [2] نجد أنها فئة وجودية لاحتوائها على عضو يحقق صدق دالة القضية ويحولها إلى قضية صادقة .

أما بالنسبة للفئة الفارغة وهى الفئة التى لا تحتوى على أعضاء تحقق صدق دالة القضية ، [3] تكون فئة لا وجودية لعدم احتوائها على أعضاء تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة .

وكذلك بالنظر إلى الفئة المتممة أَ وهى الفئة التى تحتوى على جميع الأعضاء التى لا تكون أعضاءً فى الفئة أ ،[4] فالفئة أَ تسمى متممة للفئة أ إذا كانت أ فئة الأشياء الحمراء ، فإن أَ هى فئة الأشياء غير الحمراء ، [5] فى داخل نطاق الفئة الشاملة وهى فئة الألوان ، وإذا كانت الفئة الشاملة فئة وجودية وأن الفئة أَ تحتوى جميع الأعضاء التى تندرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التى تندرج تحت الفئة أ ، لذا فالفئة أَ تكون فئة وجودية لاحتوائها على أعضاء تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة .

---

1 - **Reichenbach** , op. cit. P. 196

2 - **Langer** , op. cit. P. 120

3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 230

4 - **Ibid.** P. 222

5 - **Bochenski** , " **Aprecis of Mathematical Logic** " ,P. 56

وكون كل فئة لها فئة أخرى متممة لها فإن الفئة الشاملة غير مستثناة من هذه القاعدة ، فإن الفئة المتممة للفئة الشاملة هى الفئة الفارغة ، [1] وهنا نجد إذا كانت الفئة المتممة لفئة أخرى داخل نطاق الفئة الشاملة ففى هذه الحالة الفئة المتممة تكون فئة وجودية ، أما إذا كانت الفئة متممة لفئة شاملة تكون فى هذه الحالة الفئة المتممة فئة غير وجودية .

أما بالنسبة للفئة المشتركة ، وهى إذا وجد فئتين أ ، ب بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفئة المشتركة ، [2] والفئة المشتركة لابد أن تحتوى على الأقل عضوا واحدا ، [3] لذا تكون الفئة المشتركة بهذا المعنى فئة و جوديه لا حتوائها علي الأقل عضو يحقق صدق دالة القضية و يحولها إلي قضية صادقة و إذا كانت الفئات إما إنها فئات و جوديه و إما فئات غير وجودية و المنطق الأرسطي كله ما هو إلا منطق فئات ، فما قيمة الفئة الوجودية في المنطق الأرسطي ؟ في الحقيقة إن بناء النسق المنطقي الأرسطي قائم علي الفئات الوجودية و أن أرسطو لم يفسح المجال للفئات اللا وجودية لتشارك في بناء نسقه المنطقي اعتقادا منه بان اللفظ لكي نطلق عليه فئة لابد من وجود أعضاء له في الواقع ، و غير ذلك لا يعبر عن فئة .

---

1 - langer, op.cit. p. 144

2 - Ibid. P. 148

3 - Ambrose , and Lazerowitz . op. cit. P. 224

الفصل الثاني

أرسطو ومنطق الفئات

تمهيد

نناقش في هذا الفصل بالتحليل تحديد معنى الفئة عند أرسطو وإلى أي مدى يعد أرسطو الواضع الحقيقي لمنطق الفئات ؟ وما الدور الذي لعبته نظرية الفئات في بناء النسق المنطقي الأرسطي ؟ ، وذلك من خلال دراسة للحدود الأرسطية ، والتقسيم والتصنيف وأيضاً نظرية القياس الأرسطية ، وأخيراً موقف المنطق الرواقي من المنطق الأرسطي بالنسبة لنظرية الفئات .

أولاً : الحدود The Terms

يرى لوكاشيفتش أن لفظ الفئة لم يعرف في المنطق الأرسطي وإنما نفس معناه كان متواجداً فيما عُرف بالحدود ، و قسم أرسطو الحدود إلى حدود كلية وحدود جزئية ، ولا يذكر كتاب التحليلات الأولى شيئاً عن الحدود ولا نجد تعريفاً للحدود الكلية والجزئية إلا في كتاب " العبارة " حيث يسمى الحد كلياً إذا كان من طبيعته أن يحمل على موضوعات كثيرة .[1]

أ – الحدود الكلية والحدود الجزئية

يقول أرسطو أعني بقولي كلياً ما من شأنه أن يحمل على أكثر من واحد ، وأعني بقولي جزئياً ما ليس ذلك ، مثال ذلك أن قولنا " إنسان " من المعاني الكلية وقولي " كالياس " من الجزئيات ، [2] لذا يكون الحد الكلي عند أرسطو هو الحد الذي يحتوي على الأقل على عضوين ، فالحد الكلي هو الذي يحتوي على عدد من الوحدات.[3]

وهذا المعنى العام هو ما نجده تتردد في المنطق عند المسلمين ، فالحد الكلي فيما يذكر الغزالي هو الحد الذي يقبل اشتراك أعضاؤه في الخصائص ، فإذا لم يوجد لهذا الحد أعضاء تشترك في الخصائص فهذا الحد لا يعد كلياً ، فالكلي هو الذي لا يمنع نفس تصور معناه وقوع الشركة فيه ، فإذا امتنع بسبب خارج عن نفس مفهومه ومقتضى لفظه كقولك الفرس ، الشجرة ، [4] هنا نجد أن لفظ الفرس يحتوي على أعضاء كثيرة وكل عضو من

---

١ - يان لوكاشيفتش ، نظرية القياس الأرسطية ، ص ١٦ .

٢ - أرسطو ، العبارة ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي جـ١ ، ص ١٠٥

3 - Eaton , “ General logic “. P. 308

٤ - الإمام الغزالي ، معيار العلم ، تحقيق سليمان دنيا ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٦١ ، ص ٧٣.

هذه الأعضاء يشترك مع الأعضاء الأخرى التي تندرج تحت هذا اللفظ في الخصائص التي يحتويها لفظ الفرس .

ونفس هذا المعنى يتردد في كتب المنطق في الحد الكلي كما يقول جيفونز ، يحتوي على الأقل عضوين ولا يحتوي بأي حال من الأحوال على عضو واحد ، فهو ما يشمل كثيرا من نوعه مثل حصان أو الدينار ، والحد الكلي ليس من الضروري أن يشمل كثير من النوع بل يشمل شيئين أو ثلاثة فما زاد عن الواحد .[١]

كما ترى سوزان لانجر ، الحد الكلي عبارة عن لفظ واحد يحتوي على مجموعة من الأعضاء وهذه الأعضاء تشترك في خصائص معينة وهذه الخصائص لا تحتويها أي مجموعة أخرى من الأعضاء وكل مجموعة أعضاء هي التي تحدد التصور The Conception الذي يطلق عليه حداً كلياً ، فالكلي يأتي من خلال مجموعة من الأعضاء تشترك في خصائص معينة .[٢] A certain Properties

وهذا ما يؤكده كارناب حيث يقتضي الحد الكلي عنده ، وجود مجموعة من الأفراد تشترك في خصائص معينة ، وإن أي فرد من مجموعة الأفراد لابد أن يحتوي على هذه الخصائص التي تحتويها مجموعة الأفراد ، و الأفراد المشتركة في خصائص معينة تسمى حداً كلياً وكل فرد يحمل هذه الخصائص وكل لفظ يمثل فئة وكل فرد ينتمي إلى Belong To هذه الفئة . (٣) وعلى ذلك نستطيع القول بأن الحد الكلي ما هو إلا فئة بمعناها المألوف و لا يمثل فئة فارغة ولا فئة ذات عضو واحد ، فالحد الكلي من الممكن أن يكون فئة فرعية لفئة أخرى أو فئة شاملة لفئات فرعية منها ، فلو قلنا " إنسان " هذا اللفظ يمثل حداً كلياً أي أنه فئة ويعبر عن فئة شاملة لأنه يحتوي على فئات فرعية منه وهذه الفئات الفرعية Subclasses إما إنها حدود كلية وإما إنها حدود جزئية ، وعلى ذلك فالحد الكلي هو عبارة عن لفظ يعبر عن فئة بأثرها من الأفراد ويطلق على أفراد الفئة التي تشير إليها بنفس المعنى الذي يقال به على الفرد الآخر .(٤)

ويرى لوكاشيفتش ، أنه على الرغم من أن أرسطو قسم الحدود إلى حدود كلية وحدود جزئية فقد غاب عن أرسطو أن غير الكلي من الحدود ليس بالضرورة جزئيا فقد

---

١ - استانلي جيفونز ، أصول المنطق ، ص ١٩ .

2 - Langer , "An introduction to symbolic logic" . P. 122

3 - Carnap ," Introduction to symbolic logic and its application" . P. 107

٤ - حسن عبد الحميد ، مقدمة في المنطق الصوري ، الجزء الأول ، مكتبة سعيد رافت ، القاهرة ١٩٨٠ ، ص ٧٤ .

* انظر أيضا في ذلك

* Cohen , and Nagel , " An introduction to logic and scientific method ". P. 122

يكون فارغاً لا يدل على شئ موجود ، [١] في الحقيقـة أن تصـور الفئـة الفارغـة لا يغيـب عـن تفكير أرسطو لأن أرسطو أشار إلـى هذه الفئـة بمثـال ، حيث قـال " جبـل مـن نحـاس " والسبب الذي جعل أرسطو لم يضع الحـد الفـارغ أو الفئـة الفارغـة كنـوع أساسـي مـن أنـواع الحدود هو أنـه لا يعتقد إلا بالحدود التـي لـها أعضـاء موجـودة فـي الواقـع فـي حيـن أن الفئـة الفارغـة ليسـت لـها أعضـاءً فـي الواقـع الملمـوس ، وبذلـك يكـون مفـهوم الفئـة الفارغـة لا يتفق مع تفكير أرسطو ، ولم يغيب تصورها عن تفكيره كما يدعي لوكاشيفتش .

فالفئـة الفارغة هي فئة لا شـئ أو فئـة غير الموجـود ، [٢] فـالحدود التـي لا تحتـوي على أعضاء تسمى حدوداً فارغة أو فئـات فارغـة ، [٣] فـإذا قلنـا فئـة " العفريـت " لا نـجد لـها أعضـاء فـي الواقـع حتـى نسـتطيع الحكـم عليـها بأنـها فئـة أو ليسـت فئـة Class Or Not Class لذلك يكـون السـبب الأساسـي فـي إهمـال أرسـطو للفئـة الفارغـة هو التركيز في بناء نسقه المنطقي على الفئات التي تحتوي على أعضاء في الواقع .

وعلى الرغم من أن أرسطو قسم الحدود إلى كليـة وجزئيـة إلا أنـه فضـل الكلـي علـى الجزئـي ، " أي ذلـك أنـه إن كـان القـول بـأن الزاويـة مسـاوية لقـائمتين ليس هـو بمـا هـو متساوي الساقين ولكن بما هو مثلث ، فـالذي يعلـم أنـه متسـاوي السـاقين علمـه بـه أقـل مـن الذي يعلم أنه مثلـث " [٤] ، ويقـول أيضـاً " فـالذي يعلـم إذن كليـاً هـو بمـا هـو بـه موجـود أكثر علماً مما هو عالم به على طريق الجزئي ". [٥]

ويرى الغزالي أن الحد الجزئي لا يقبل اشتراك الأعضـاء فـي الخصـائص التـي ينفـرد بها وهذه الخصائص التـي يحتويـها الـحـد الـجزئـي تنـطبـق فـقـط علـى عـضـو واحـد فـقـط فـالجزئي مـا يمنـع نفس معنـاه عن وقـوع الشركـة فـي مفهومـه كقولـك " زيـد " " وهذه الشـجرة " وهـذا الفـرس فـإن التصـور مـن لفـظ " زيـد " شـخص معيـن لا يشـاركه غيره في كونـه مفهوماً من لفظ زيد ، [٦] لـذا فـالحد الجزئـي عبـارة عن تصـور يحتـوي علـى خصائص فريدة Unique Properties وهـذه الخصـائص الفريـدة لا يحتويـها إلا عضـو واحد معين .

---

١ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٦ .

2 - Eaton , op. cit. P. 421

3 - Carney , and Scheer , " Fundamentals of logic ". P. 242

٤ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ،الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، ص ٣٨٦ .

٥ - نفس المصدر ، ص ٣٨٧ .

٦ - الغزالي ، معيار العلم ، ص ٧٣ .

فالحد الجزئي هو الذي يعين شخصاً أو شيئاً وهذا الشخص أو الشئ يحتوي خصائص لا يحتويها أي شخص أو شئ آخر ، والحد الجزئي كما يقول جيفونز هو ما يشير إلى شئ أو شخص معين كقولك ملك بريطانيا أو مكتبة المتحف البريطاني ، فإنه لامراء فيه أن لبريطانيا ملك مفرد معين ومكتبة معينة واحدة .[١]

وتقول سوزان لانجر في ذلك ، لو قلنا " س مؤلف كتاب قوانين الفكر " The Laws Of Thought " لفهم إن شخصا انفرد بتأليف هذا الكتاب ،[٢] وان مؤلف كتاب قوانين الفكر انفرد بتأليف هذا الكتاب وأنه لا يوجد شخص آخر اشترك معه في هذه الخاصية ، لذلك يكون مؤلف كتاب قوانين الفكر يمثل حدا جزئيا .

فالحد الجزئي بهذا المعنى يشير إلى فرد أو موجود فريد ،[٣] ويؤكد هذا المعنى أرسطو نفسه بقوله ، أعني بقولي جزئيا ما من شأنه أن يحمل على واحد ، مثال ذلك " كاليا س " من الجزئيات .[٤]

ويرى كلٌ من وايتهيد ورسل ، إذا كان الحد الكلي يمثل فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي تحمل خصائص مشتركة ويحتويها اللفظ فإن الحد الجزئي يمثل فئة ذات عضو واحد وتحتوي على عضو واحد فقط ويحمل خصائص فريدة ، فإذا كان الحد الكلي يعبر عن فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي يصدق عليها اللفظ ، فإن الحد الجزئي يعبر أيضاً عن فئة ذات عضو واحد والفئة ذات العضو الواحد لا تحتوي إلا عضوا واحدا .[٥]

فالحد الجزئي إذن هو فئة ذات عضو واحد ، والفئة ذات العضو الواحد كونها تحتوي على عضو واحد فهي بذلك محددة الماصدق بجانب أنها تحمل خصائص فريدة ، وأن العضو الذي يمثلها يحمل خصائص فريدة لا يحتويها أي عضو آخر مع أنه يشترك في بعض الخصائص مع أفراد آخرين ولكنه ينفرد بالبعض الآخر ، فالحد الجزئي أو الفئة ذات العضو الواحد إذا كان محدد الماصدق فإنه يحتاج إلى تحديد مفهوم فريد أي أنه فريد ،

---

١ - استانلي جيفونز ، المرجع السابق ، ص ١٩ .
انظر أيضا في ذلك

* A . Aikins , " **Principles of logic** " Henry Holt and company , New York , 1902. P. 61

2 - **Langer** , op. cit. P. 121

3 - **Eaton** , op. cit. P. 308

٤ - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ١ ، ص ١٠٥ .

5 - **Whitehead** , and **Russell** , " Principia Mathematica ". P. 388

* انظر أيضا في ذلك ، د/ عزمي إسلام ، الاستدلال الصوري ، الجزء الثاني ، مكتبة سعيد رافت ، القاهرة ، ١٩٨١ ، ص ١٣ .

فعندما نقول " ملوك إنجلترا الذين يملكون ست زوجات " يكون عضواً واحداً وهو هنري الثامن ، [1] وهنا نلاحظ أن هنري الثامن على الرغم من أنه يمثل فئة ذات عضو واحد لأنه انفرد بخاصية لا يحملها أي شخص آخر ، إلا أنه يشترك مع الأشخاص الآخرين في الخصائص الأساسية لكونه إنساناً .

ومن ناحية أخرى إذا كان الحد الكلي يعبر عن فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي يصدق عليهم اللفظ والحد الجزئي يعبر عن فئة ذات عضو واحد ، تكون علاقة الحد الكلي بالحد الجزئي هي التضمن ، فإذا نظرنا إلى العلاقة بين نهر النيل ونهر نجد نهر النيل متضمن في نهر أي الحد الجزئي متضمن في الحد الكلي ، فالتضمن هو علاقة بين فئتين من الموجودات بحيث كل عضو في الفئة الأولى يكون عضواً في الفئة الثانية .

ويرى لوكاشيفتش ، على الرغم من أهمية الحدود الجزئية ليست في الحياة اليومية فقط بل في البحوث العلمية إلا أن أرسطو لم يفسح المجال أمام هذه الحدود لتشارك في بناء النسق المنطقي ، فإن أكثر ما يعيب المنطق الأرسطي أنه لم يفسح مكاناً للحدود الجزئية . [2]

ويرجع السبب في رأيه إلى رأي شائع بين الفلاسفة يقول إن أرسطو قام ببناء نسقه المنطقي متأثراً بفلسفة أفلاطون فقد كان أفلاطون هو الذي اعتقد أن موضوع المعرفة الحق ينبغي أن يكون ثابتاً وقابلاً للتعريف الدقيق أي كلياً . [3]

وعلى الرغم من الرأي الشائع بين الفلاسفة بأن أرسطو تأثر بفلسفة أفلاطون إلا أن أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي لم يكن متأثراً بفلسفة أفلاطون ، ويؤكد هذا المعنى بلانشي لأنه يرى أن النسق المنطقي الأرسطي نفسه يتطلب الحدود الكلية وليس في حاجة إلى الحدود الجزئية فأرسطو من خلال نظرية القياس اعتمد على الحدود الكلية لأن كل حد في القياس لابد أن يصلح أن يكون موضوعاً ومحمولاً في نفس الوقت والحد الجزئي لكونه يحتوي على عضو واحد لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة ، فالبحث في المنطق الأرسطي وخصوصاً في نظرية القياس ، نجد أن أرسطو في قياسه

---

1 - Basson , and O'connor , ," Introduction to symbolic logic". P. 149

٢ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٩ .

٣ - نفس المرجع و الصفحة .

يترك جانباً للجزئيات وأن سبب عدم إندراج الجزئيات في القياس أن عمليات القياس إذ تستلزم إمكان تحول المقدمة أي التبادل بين الموضوع والمحمول إنما نفترض أن الأثنين مؤتلفان .[1]

وعلى الرغم من أن لوكاشيفتش أرجع السبب في إهمال أرسطو الحدود الجزئية في بناء نسقه المنطقي إلى الرأي الشائع بين الفلاسفة بأن أرسطو تأثر بفلسفة أفلاطون إلا أننا نجد لوكاشيفتش يقرر بأن السبب الحقيقي وراء إهمال أرسطو للحدود الجزئية هو أن النسق المنطقي الأرسطي نفسه يتطلب Require الحدود الكلية ، حيث يقول ، القياس الأرسطي كما تصوره أرسطو يتطلب حدوداً متجانسة من حيث صلاحيتها لأن تكون موضوعات Subjects ومحمولات ، Predicates في نفس الوقت [2]

ويبرر لوكاشيفتش موقفه هذا بأنه إذا كان القياس يتكون من ثلاث قضايا وكل قضية تتكون من حدين فإن أرسطو استبعد في بناء نسقه المنطقي الحدود التي لا تصلح أن تكون محمولات وموضوعات في نفس الوقت في قضايا صادقة (٣) ، وإذا كان القياس يستلزم حدوداً كلية لأن كل حد لابد أن يصلح أن يكون موضوعاً ومحمولاً في نفس الوقت ، فهذا هو ما يبدو أنه السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية (٤) ، ويرى لوكاشيفتش أن أرسطو نفسه يؤكد أن الحد الجزئي لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة .[5]

وعلى الرغم من أن أرسطو أهمل الحدود الجزئية في بناء نسقه المنطقي فهذا لا يعد تقليلاً من أهمية الحدود الجزئية وإلا لما اعتبرها قسماً أساسياً من أقسام الحدود وكان من الممكن أن يتجاهلها كما تجاهل الحدود الفارغة ولكن طالما النسق المنطقي نفسه يتطلب حدوداً كلية فهذا لا يعني إهمال للحدود الجزئية ولكن بطبيعة الحد الجزئي لا يصلح أن يشارك في بناء النسق المنطقي الأرسطي ، لأنه لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة .

---

١ - روبير بلانشيي ، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى رسل ، ص ٤٦ .
٢ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٢٠ .
٣ - نفس المرجع ، ص ١٩ .
٤ - نفس المرجع ، ص ٢٠.
٥ - نفس المرجع ، ص ١٩ .
* انظر أيضاً في ذلك ، روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٦ .

ب – الحدود الموجبة والحدود السالبة

وتنقسم الحدود الكلية إلى نوعين : الأول منها يكون موجبا مثل الإغريقي ، أبيض ، موظف تكون حدوداً موجبة ، والنوع الثاني يكون سالباً مثل ليس أبيض ، ليس إغريقي ، ليس موظف ، تكون حدوداً سالبة ، [1] Negative Terms والحد الموجب The Positive Term يعبر عن وجود صفة في الشئ أو امتلاكه لصفة من الصفات فكل حد يحتوي خصائص معينة وهذه الخصائص تكون مشتركة لجميع أعضاء الحد ولتعيين كل فئة توجد فئة متممة لها تعين عن طريق غياب الخصائص التي تحتويها أعضاء الفئة الأولى ، [2] وعلى ذلك فالحد السالب هو الحد الذي يعبر عن غياب الخصائص التي يحتويها الحد الموجب .

ويرى أرسطو ، كل حد إما أن يكون موجباً وإما أن يكون سالباً وكل فرد إما يكون عضواً في الحد الموجب وإما يكون عضواً في الحد السالب ولا يوجد فرد يكون عضواً في الحد الموجب والحد السالب في نفس الوقت . [3]

وإذا كان الأمر كذلك فما الحال بالنسبة للحدود الفارغة من زاوية السلب والإيجاب ، نظراً لأن أرسطو لا يعتقد بالحدود التي ليس لها أعضاء في الواقع ، لذا كان تقريره هذا صحيحا ويتفق مع تفكيره في حين هذا القول لا يتفق مع تفكير المناطقة المحدثين ، لأن الفئة الفارغة لا تحتوي على أعضاء وبذلك فالسلب والإيجاب يصدق على الفئة الفارغة في نفس الوقت لعدم وجود أعضاء لها .

ويرى ولتون ، أن الخصائص التي يحملها أي حد لا يمكن أن يحملها الحد المتعارض معه ، بمعنى الخصائص التي يحتويها الحد الموجب لا يمكن أن يحتويها الحد السالب ، حيث نجده يقول ، أن جميع الحدود كل منها يحتوي على خصائص لا نستطيع أن نوجدها في الحدود المتعارضة معها والتعارض يمكن أن يعبر إما بالتناقض بواسطة التضاد أو بواسطة الحدود المتناقضة . [4]

---

1 - Aikins , op. cit. P. 71

2 - Alexander , ,"An introduction to logic. P. 160

٣ - أرسطو ، التحليلات الثانية، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، ص ٣٤٣

4 - Welton , " A manual of logic ". P. 64

بالنسبة للحد السالب الذي قلنا عنه أنه يعبر عن غياب صفة إيجابية فلا يوجد لفظ يكون بطبيعته حداً سالباً خالصاً والسبب في ذلك إن اللفظ الذي نصفه بأنه حد يجب أن يحتوي على صفة من الصفات من أجل أن يكون حداً أساساً فإذا أخذنا الحد الموجب " إنسان " وجدناه يعبر عن خصائص إيجابية هي التي تميز اللاإنسان عن غيره من الكائنات . فالحد السالب إذا كان يعبر عن غياب صفة فليس معناه أنه لا يحمل صفات ولكنه لابد أن يحمل صفات معينة لكي نقول عنه حد وفي نفس الوقت لا يحمل الصفات التي يحملها الحد الموجب المقابل له .

ويرى دي مور جان ، أن مجموع الأعضاء التي يحتويها الحد الموجب والحد السالب تكون في هوية مع الأعضاء التي تحتويها الفئة الشاملة التي تحتوي هذين الحدين ، فكل عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أن يكون عضواً في الحد الموجب وإما عضواً في الحد السالب ، أي أن إذا أخذنا حدين متناقضين كإنسان ولا إنسان فمن الواضح أنهما يحصران بينهما كل شئ ، فالفكرة الكلية للذكر والأنثى هي عالم الحيوان ، [1] ويؤكد الفارابي هذا المعنى حيث يقول ، إن مجموع الحد الموجب والحد السالب يشكل لفظة واحدة ، [2]

ويرى أكينز ، إن دي مورجان يعين الفئة الشاملة The Universe Class من خلال الحد الموجب والحد السالب ، بمعنى إننا من خلال جمع أعضاء الحد الموجب وأعضاء الحد السالب نستطيع أن نعين الفئة الشاملة التي تحتوي الحدين ، حيث يقول ، أن دي مورجان يعين الفئة الشاملة عن طريق الحد الموجب والحد السالب لأن كل شئ إما موجب وإما سالب ولو قلنا أن كل شئ إما يكون ثقيلاً وإما خفيفاً . [3]

كما يرى ولتون ، أنه لا توجد أعضاء مشتركة بين الحدين الموجب والسالب وأن مجموع أعضاء الحدين يستنفذ الفئة الشاملة التي تحتوي هذين الحدين حيث يقول ، الحدان المتناقضان يكونان من الضروري في استبعاد متبادل Mutual Exclusive و في نفس الوقت مجموعهما يستنفذ الفئة الشاملة . [4]

---

1 - De Morgan , op. cit. P. 52

٢ - أبو نصر الفارابي - كتاب في المنطق " العبارة " تحقيق محمد سليم سالم ، مطبعة دار الكتب ، القاهرة ، ١٩٧٦ ، ص ١١ .

3 - Aikins , op. cit. P. 72

4 - Welton , op. cit. P. 65

ويرى كلٍ من شبير وتشوه ، إذا كانت الحدود السالبة والموجبة هي حدود كلية وأن الحد الموجب يعبر عن وجود صفة للشئ في حين أن الحد السالب يعبر عن غياب هذه الصفة عن الشئ ، فإن الحد الموجب يمثل الفئة أ والحد السالب يمثل الفئة أَ وهي الفئة المتممة للفئة أ في داخل نطاق الفئة الشاملة التي تحتوي كلٍ من الفئة أ والفئة أَ ، وذلك بقولهما ، الحد الكلي الموجب يمثل الفئة أ والحد الكلي السالب يمثل الفئة أَ والفئة أَ تكون متممة للفئة أ وتتضمن كل شئ في عالم المقال الذي لا يكون في الفئة أ بالإضافة أن الفئة أ تكون متممة للفئة أَ وتحتوي كل شئ في عالم المقال **Universe Of Discourse** الذي لا يكون تحت الفئة أَ ، [1] ومن خلال هذا النص نلاحظ أنه ليست الفئة أَ هي الفئة المتممة للفئة أ فقط ولكن الفئة أ تكون أيضاً فئة متممة للفئة أَ .

كما نجد هذا المعنى عند ألكسندر حيث يرى بأنه إذا كان الحد الموجب يعبر عن الفئة أ و الحد السالب يعبر عن الفئة أَ ، فإن الفئة أَ تحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ، فالفئة أ و الفئة أَ يستنفذان الفئة الشاملة بمعنى أن الفئة أَ تحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ، [2] فإذا كانت الفئة الشاملة هي فئة الألوان والفئة أ هي فئة اللون الأحمر ، فالفئة أَ تحتوي على جميع الألوان ما عدا اللون الأحمر وهي الفئة المتممة للفئة أ ، [3] فكل عضو ينتمي إلى الفئة أ لا ينتمي إلى الفئة أَ في حين كل عضو ينتمي إلى الفئة الشاملة لابد أن يكون عضواً إما في الفئة أ وإما في الفئة أَ .

ويقول زجفارت إذا كان المنفى معنى فيجب أن لا يدل على نفي كل الأشياء ، [4] فعندما نقول الحد السالب هذا يعني أنه حد سالب بالنسبة للحد الموجب الذي يحتوي على خصائص معينة ، فلو قلنا اللاإنسان يعبر عن حد سالب ولا يعني أنه يحتوي كل شئ في العالم ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت فئة الإنسان ولكنه يحتوي كل شئ في داخل نطاق

---

1 - **Schipper , and , Schuh , " A first course in modern logic "** . P. 258

انظر أيضاً في ذلك * **Bochenski , " Aprecis of mathematical logic ,"**. P. 56

2 - **Alexander** , op. cit.P. 161

3 - **Schipper , and Schuh** , op. cit. P. 258

٤ - نقلاً عن كتاب الدكتور / عبد الرحمن بدوي ، المرجع السابق ، ص ٦٣ .

الفئة الشاملة التي تحتوي كلاً من فئة الإنسان وفئة اللاإنسان وهي فئة الحيوان ، ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت فئة الإنسان .

كما يقول أيضاً نحن لا نستطيع على الإطلاق أن نفكر في اللاأبيض بدون أن نفكر في أبيض ، [1] أي لكي نضع تصوراً للحد السالب لابد أن يكون لدينا تصوراً مسبق عن الحد الموجب حتى نستطيع أن نعين الحد السالب أي إذا كان الحد السالب يعبر عن غياب الخصائص التي يحتويها الحد الموجب فلكي نعين الحد السالب لابد أن يكون لدينا معرفة بالخصائص التي يحتويها الحد الموجب .

والحد السالب لا يمثل الفئة الفارغة في المنطق الحديث أو قد يكون بدوره فئة ذات أعضاء ، فإذا كان الحد أزرق مثلاً ونرمز له بالرمز " أ " وهو الحد الموجب كان " أَ " وهو الحد السالب أي اللاأزرق فهو يشير إلى فئة الأشياء غير الملونة باللون الأزرق مثل الأشياء الصفراء والحمراء ... [2] وبذلك فالحد السالب في المنطق الأرسطي لا يعبر عن فئة فارغة في المنطق الحديث وإنما يعبر عن الفئة المتممة .

وإذا كانت الحدود الموجبة والحدود السالبة هي حدود كلية في رأي معظم المناطقة فهل نجد للحدود الجزئية حدودا سالبة وحدودا موجبة ، يرى جيفونز ، أن الإيجاب والسلب لا يقتصر فقط على الحدود الكلية ولكن الحدود الجزئية أيضاً يكون لها حدود موجبة وحدود سالبة ، فإن السلب والإيجاب لا ينطبق على الحدود الكلية فقط ولكن قد يكون الحد الجزئي إيجاباً وسلباً ، فالإيجاب هو ما يدل على إثبات والسلب ما يدل على نفي فكل كلمة في اللغة إما موجبة أو سالبة فقولك خطاب بريطاني أو غير بريطاني ، ظريف يكتب أو لا يكتب . [3]

فإذا كان السلب والإيجاب ينطبق على الحدود الجزئية مثل الحدود الكلية فما الاختلاف بين الحدود الكلية والحدود الجزئية في السلب والإيجاب ؟ نجد في الحدود الكلية لا يشترط بأن يكون بين الحد الموجب والحد السالب تساوي في الأعضاء التي تندرج تحت كل منهما ولكن بالنسبة للحدود الجزئية نجد الحد الموجب مساوي للحد السالب في

---

١ - نقلاً عن كتاب الدكتور/ محمد على أبو ريان ، د/ على عبد المعطي ، المنطق الصوري ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، ص ١٢٩ .

٢ - د/ عزمي إسلام ، الاستدلال الصوري ، الجزء الأول ، مطبوعات الكويت ، ١٩٧٢ ، ص ١٤ .

٣ - استانلي جيفونز ، المرجع السابق ، ص ٢١ .

الأعضاء التي تندرج تحت كل منهما لأن كل منهما يحتوي على عضو واحد فقط ، فالقول هذا سقراط يكون حداً موجباً أو هذا ليس سقراط يكون حداً سالباً وكلا الحدين يحتويان عضواً واحداً فقط .

وهنا نستطيع أن نقرر بأن أرسطو هو المؤسس الأول لما عرف في المنطق الحديث بالفئة المتممة ومن خلال الحد الموجب والحد السالب استطعنا أن نحدد معنى الفئة الشاملة .

وكون كل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة الشاملة ، فإن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الشاملة وكذلك إذا كان كل عضو في الفئة أَ يكون عضواً في الفئة الشاملة ، فالفئة أَ تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

جـ - الجنس والنوع

يرى أرسطو أن الجنس هو حد كلي يحتوي حدودا كلية تسمى أنواعاً Species وأن كل عضو يندرج تحت النوع يندرج تحت الجنس في نفس الوقت ، فالجنس هو المحمول على كثيرين مختلفين بالنوع من طريق ما هو فإذا سئلنا عن الإنسان أن نقول أنه حيوان ، [1] بمعنى أن الإنسان حد كلي ويندرج تحت حد كلي آخر وهو الحيوان فالإنسان يحمل خصائص الحيوان مثله مثل الحدود الكلية التي تندرج تحت الحيوان مثل حد الكلاب والذي يحمل خصائص الحيوان أيضاً وكل حد يندرج تحت الجنس يحمل خصائص الجنس وفي نفس الوقت يحمل خاصية تميزه عن الحدود الكلية التي تندرج معه تحت الجنس .

والجنس كما يقول ابن سينا المقول على كثيرين مختلفين بالأنواع ، [2] وهذا يعني أن الجنس يحتوي على مجموعة كبيرة من الأعضاء وهذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة وكل مجموعة من هذه المجموعات الصغيرة تمثل حداً كلياً وهو النوع وكل مجموعة أعضاء من هذه المجموعات تحتوي خصائص تميزها عن المجموعات الأخرى وأن جميع الأنواع التي يحتويها الجنس تشترك في خصائص أساسية .

١- أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ٢ ، ص ٤٧٦ .

٢ - نقلاً عن كتاب الدكتور/ حسن عبد الحميد ، المرجع السابق ، ص ١١١ .

ويرى أرسطو أن الجنس يحتوي على الأقل نوعين لأن الجنس لو كان يحتوي على نوع Specy واحد لكان الجنس نوعاً بمعنى أنه يحتوي على أعضاء وليس أنواع ، حيث يقول ، الجنس فليس إنما يحمل على نوع واحد ولكن على أنواع كثيرة .[1]

والجنس فيما يري أكينز ، يعبر عن فئة تحتوي علي فئات صغيرة و هذه الفئات تشترك في خصائص أساسية و أن كل فئة من هذه الفئات تحمل خصائص معينة لا تحتويها الفئات الأخرى المندرجة معها تحت الجنس و الفئات الصغيرة تسمي أنواعا ، أي أن " الجنس اسم لفئة الموضوعات التي تقسم إلي فئات صغيرة و كل الفئات تسمي أنواعا "[2] . و إذا كان الجنس يعبر عن فئة تحتوي علي فئات صغيرة ، فإن كل عضو يندرج تحت الفئات الصغيرة أو الأنواع يندرج أيضاً تحت الجنس و أن كل عضو في الجنس لأبدأن يندرج تحت نوع من هذه الأنواع ، التي يحتويها الجنس ، الحي فهي جنس قد يحمل علي الإنسان و الفرس ، و الثور الذين يخالفون بعض بالنوع لا بالعدد فقط ،[3] فجنس المربع و الدائرة و المثلث يكون السطح المستوي و جنس الماء و حمض الكبرتيك و أكسيد النتروجين يكون الكيمياء المركبة ،[4] و بذلك يكون الجنس ما هو إلا فئة تحتوي علي فئات أقل منها في الأعضاء هذه الفئات تشترك في خصائص معينة و تختلف في بعض الخصائص التي تميزها عن غيرها من الفئات .

و يري ديمتريو ، أن الجنس واحد مهما تعددت الأنواع التي تندرج تحته و أن جميع الأنواع تشترك في الجنس الذي يحتويهم ، فلا يوجد جنس مشترك يقسم إلى أنواع و إنما نقرر بأن يوجد جنس واحد فقط لجميع أنواعه ، أذن كل أنواعه يشتركون ، في الجنس الكلي ،[5] و يري سنجلار ، أن أي فئة تقسم إلي فئات فرعية نطلق عليها جنسا و الفئات الفرعية نطلق عليها أنواعا ، و كل فئة إما إنها جنس و إما نوع ، حيث يقول ، الفئة التي تقسم إلي فئات فرعية S u b Classes تسمي جنسا و الفئات الفرعية تسمى أنواعاً ، لأي فئة إما جنس أو نوع و الفئات الفرعية تكون أنواعاً للجنس و الفئة الأوسع تسمي جنس ،[6] و هنا نجد سنجلار ، يقرر بأن الجنس يعبر عن فئة واسعة تحتوي الأنواع و أن النوع يعبر عن فئة فرعية تندرج تحت الجنس .

---

١ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣ ص ١٠٦١ .

2 - Aikins, op. cit. P. 49

٣ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣ ص ١٠٦١

4 - Eaton , op. cit p 276

5 - Dumitriu, " History of logic, " vol., 1. p. 264

6 - Sinclair, " The traditional formal logic " , p. 92

وهكذا نجد أن الجنس في المنطق الأرسطي يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث [١] ، و هذا يعني أنه إذا كان الجنس يعبر عن الفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تحتويها الأنواع المندرجة تحته فهو بذلك يعبر عن الفئة الشاملة و التي تحتوي علي جميع الأشياء ، [٢] أو هي فئة كل شيء في نطاق مجال الحديث .

فلو قلنا " الكلاب أليفة " يعني أن كل كلب أو كل عضو من أعضاء فئة الكلاب يمتاز بصفة معينة و هي كونه أليفا ، ولكن من الواضح أن هذه الصفة ليست مقصورة علي الكلاب و حدها لان هناك فئة من الحيوانات أكبر في الما صدق من فئة الكلاب تحوز نفس هذه الصفة . [٣]

فهنا نجد فئة الكلاب تمثل النوع و هي فئة فرعية من فئة أليف و فئة أليف تمثل الجنس أو الفئة الشاملة التي تحتوي الفئة الفرعية و هي فئة الكلاب .

و إذا كان الجنس يعبر عن فئة شاملة في المنطق الحديث ، و أن لكل فئة ، فئة أخرى متممة لها فإن الفئة الشاملة لا تكون مستثناة من هذه القاعدة ، فتكون متممة الفئة الشاملة هي الفئة الفارغة أي نستطيع أن نعين الفئة الفارغة عن طريق الفئة الشاملة و أن الفئة الفارغة و الفئة الشاملة كل منهما متممة للأخرى [٤] .

و إذا كان لكل حد موجب لدي أرسطو له حد سالب ، فهل نجد لدي أرسطو حدا سالبا يقابل الجنس الذي يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ؟ في الحقيقة طالما أن أرسطو لا يؤمن بالفئات الفارغة فلا نستطيع أن نقول أن الحد الفارغ هو الذي يعبر عن الفئة المتممة للجنس عند أرسطو ، إنما نستطيع أن نقرر بأن إذا كان كل جنس يحويه جنس أخر حتى نصل إلي جنس الأجناس ، وهو الذي ليس فوقه جنس يعلوه ، [٥] فإن الحد الذي يقابل الجنس يكون داخل نطاق جنس والأجناس الذي يحوي الجنس أي الفئة المتممة للفئة الشاملة عند ارسطو لا تكون فئة فارغة ، بمعني لو قلنا فئة الحيوانات و تمثل الجنس عند أرسطو و تعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ، فالفئة المتممة لفئة الحيوانات تكون فئة اللاحيوانات في داخل نطاق الجنس الذي يعلو فئة الحيوانات و فئة اللاحيوانات و هي فئة

---

1 - Schipper, and Schuh, op. cit p. 271

2 - ReichenBach, " Elements of symbolic logic " . p. 196

٣- د / محمد مهران ، مقدمه في المنطق الرمزي ، ، ص ٢٦٠ .

4 - Langer, op. Cit . p. 144

٥ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣ ، ص ١٠٦٤

الكائنات الحية و هذه هي نقطة الاختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الحديث في تحديد العلاقة بين الفئة المتممة و الفئة الشاملة .

النوع

هو حد كلي يطلق علي مجموعة من الأعضاء تشترك في خصائص واحدة مثل لفظ إنسان الذي يطلق علي ملايين الناس لاشتراكهم في صفات أساسية واحدة ، (١) و كل عضو يندرج تحت لفظ إنسان يحمل خصائص هذا اللفظ .

يقول أرسطو ، الأنواع و أن كانت تحمل علي كثيرين فأنها ليست تحمل علي كثيرين مختلفين بالنوع ، بل كثيرين مختلفين بالعدد ، فإن الإنسان أذن هو نوع قد يحمل علي سقراط و أفلاطون الذين ليسا يختلفان بالنوع و لكن بالعدد ، (٢) و هنا نجد أن جميع الأعضاء التي تندرج تحت النوع تشترك في خصائص معينة و أن النوع يحتوي علي أفراد و ليس علي حدود

و يري ارسطو أن النوع يكون مرتبا تحت الجنس أي يحتوي أعضاء أقل من الأعضاء التي يحتويها الجنس و أنه يحمل خصائص الجنس ، فقد يقال نوع أيضا للمرتب تحت الجنس كما اعتدنا أن نقول أن الإنسان نوع للحي ، إذن الحي جنس و يقول أن أبيض نوع للون و المثلث نوع للشكل كما يقول أن النوع مرتب تحت الجنس (٣) .

و يري دي مورجان ، إذا كان الجنس عبارة عن حد كلي يحتوي حدود كلية و أن النوع حد كلي يحتوي علي أعضاء و أن النوع مرتب تحت الجنس و أن كل عضو في النوع يكون عضوا في الجنس ، فإن الجنس يحتوي النوع أو النوع يكون متضمنا في الجنس ، أي أن ، " الجنس يحوي النوع " (٤) .

فإذا كان الجنس يعبر عن الفئة الشاملة و النوع يعبر عن الفئة الفرعية فإن العلاقة بين الجنس و النوع هي علاقة تضمن لآن التضمن علاقة بين الفئة و الفئة الفرعية منها ، (٥) فالتضمن يقوم في حالة إذا كان كل عضو في الفئة الأولي عضوا في الفئة الثانية وأن كل عضو في الفئة الأولى يحمل خصائص الفئة الثانية بجانب خصائص الفئة الأولي .

---

١ - د / محمد مهران ، مدخل إلي المنطق الصوري ، دار الثقافة للنشر و التوزيع . القاهرة ١٩٨٩ م، ص ١٠٠ .
٢ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣ ص ١٠٦١
٣ - نفس المصدر ، ص ١٠٦٣ .

4 - De Morgan, op cit . p .267
5 - Ambrose, and Lazerowitz, " Fundamentals of symbolic logic " . P. 225

إذا كان لدينا فئة الخراف ، و تحتوي فئة الخراف السوداء و فئة الخراف البيضاء فأن كل خروف أبيض يكون خروفاً و كل خروف أسود يكون خروفاً بمعني إن كل عضو في الفئة الخراف السوداء يكون عضواً في فئة الخراف ، لذا تكون فئة الخراف البيضاء فئة فرعية من فئة الخراف و أيضاً فئة الخراف السوداء تكون فئة فرعية من فئة الخراف ، (١) و على ذلك نجد فئة الخراف تمثل فئة شاملة و فئة الخراف السوداء و فئة الخراف البيضاء كل منهما تمثل فئة فرعية و تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

فإذا رمزنا لفئة الخراف بالرمز ب و فئة الخراف السوداء بالرمز أ ، و كل عضو من عضو من أعضاء الفئة أ هو في الوقت نفسه عضواً من أعضاء الفئة ب في هذه الحالة يقال أن الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب ، و أن الفئة ب تشتمل علي الفئة أ من حيث أن الفئة أ فئة فرعية منها (٢) .

و إذا كان النوع يعبر عن الفئة الفرعية ، فهل مفهوم الفئة الفرعية في المنطق الحديث يتفق مع تفكير أرسطو ؟ في الحقيقة نقطة الاختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الحديث في تحديد معنى الفئة الفرعية ، ففي المنطق الحديث لا يشترط أن تكون الفئة الفرعية معبرة عن حد كلي و إنما من الممكن أن نجد فئة فرعية ذات عضو واحد و ذلك في حالة و جود عضو يحمل خصائص فريدة لا يحملها أي عضو أخر من الأعضاء التي تندرج معه تحت الفئة الشاملة و نطلق عليها في هذه الحالة فئة فرعية ذات عضو واحد Unit Subclass ، في حين في المنطق الأرسطي أن النوع و الذي يعبر عن فئة فرعية لا يكون بأي حال من الأحوال فئة ذات عضو واحد أو حدا جزئيا و إنما حدا كليا أو فئة تحتوي على الأقل عضوين لأن النوع عند أرسطو هو حد كلي و ليس جزئياً .

و مع ذلك فالفئة الفرعية سواء كانت تحتوي علي عضو واحد أم تحتوي أكثر من عضو فإنها تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

ثانياً : التقسيم و التصنيف

التقسيم المنطقي ، فيما يقول و لتون ، الخاصية العامة للقسمة المنطقية أن القسمة المنطقية The Logical Division هي تحليل ما صدق الحد ، و أن الجنس الذي يقسم

---

1 - Langer , Op. Cit. P. 117

٢- تارسكي ، مقدمة في المنطق ، ص ١١١

يسمى الكل المقسم إلي أنواع تحتوي أعضاء، [1] و هذا يعني إذا كان الجنس حدا كليا يحتوي على حدود كلية تسمي أنواعا ففي حالة تقسيم الجنس إلي هذه الأنواع التي يحتويها الجنس هذه العملية تسمى القسمة المنطقية و يعبر سنجلار ، عن هذا المعني بقوله ، تقسيم الفئة إلي فئات فرعية أو تقسيم الفئة إلي مكوناتها و هي الفئات الفرعية تسمي بالقسمة المنطقية .[2]

فالقسمة المنطقية ما هي إلا عملية عقلية نقوم من خلالها بتقسيم الحدود الكلية إلى حدود كلية أيضا ، ولا تقوم القسمة المنطقية على الحدود الكلية التي تحتوي أعضاء ، فالحدود الكلية التي تصلح أن نجري عليها عملية القسمة المنطقية هي الحدود الكلية التي تحتوي على حدود كلية و أوضح مثال للقسمة المنطقية هو تقسيم الجنس إلى الأنواع التي يحتويها أو تقسيم الفئة الشاملة إلى الفئات الفرعية التي تحتويها هذه الفئة .[3]

وعملية القسمة المنطقية تقوم على أساس منطقي وهو التفرقة بين الخصائص التي تحتويها كل مجموعة أعضاء والتي نطلق عليها نوع عن الخصائص التي تحتويها الأنواع الأخرى المشتركة معه في الجنس المراد تقسيمه منطقيا ، ففي حالة تقسيم الجنس نحن نفكر في الخاصية التي تحتويها بعض الأعضاء ولا تحتويها الأعضاء الأخرى وهذا يكون أساس التقسيم .[4]

ولعملية التقسيم المنطقي في رأي ولتون مراحل متعددة وكل مرحلة من هذه المراحل يختلف الأساس المنطقي الذي نقيم عليه عملية التقسيم عن المراحل السابقة ، فالجنس يمكن أن يقسم على أساس مختلف وملائم Convenient إلى فئات فرعية ، [5] حتى نصل إلى الفئات التي تحتوي أعضاء ولا تحتوي فئات فرعية منها .

ولابد أن يكون كل عضو في الفئة الشاملة التي تم إجراء عملية القسمة المنطقية عليها يكون عضوا في إحدى الفئات الفرعية الناتجة عن عملية القسمة المنطقية ، فالقسمة المنطقية يجب أن تكون مستنفذة . [6] Exhausted

---

1 - Welton, Op. Cit. P 121
2 - Sinclair, Op . Cit. P 90
3 - L. Carroll , " Symbolic logic and the came of logic," pover publication , INC , New York , P. 61
4 - Welton , op. cit. P. 121
5 - Ibid. P. 121
6 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 242
انظر أيضا في ذلك
* Eaton , op. cit. P. 83
وأيضا
* Sinclair , op. cit. P. 91

وعلى الرغم من أن جميع الفئات الفرعية الناتجة عن عملية القسمة المنطقية للفئة الشاملة تكون متضمنة فيها ، إلا أن جميع الفئات الفرعية تكون في استبعاد متبادل Mutual Exclusive بحيث لا توجد أعضاء مشتركة بين فئتين أو أكثر ، فالفئات الفرعية بالنسبة لقسمة فئة يجب أن تكون في استبعاد متبادل . (١)

والفئات التي تنتج عن عملية القسمة تكون قابلة لأن تقسم مرة أخرى إلى فئات فرعية ، وهذه الفئات الفرعية يمكن تقسيمها إلى فئات فرعية وهذه الفئات الفرعية يمكن تقسيمها إلى فئات فرعية أخرى ، وهكذا حتى نصل إلى الفئات التي تحتوي على أفراد و بالطبع في كل خطوة من التقسيم يجب أن نستخدم أساسا جديدا للتقسيم . (٢)

وهنا نلاحظ ليست كل الفئات الفرعية تقبل التقسيم مرة أخرى ، بمعنى إذا كان ناتج القسمة المنطقية مثلا ثلاث فئات فرعية ، من المحتمل نجد فئة من هذه الفئات لا تقبل القسمة لاحتوائها على أعضاء ، فتبقى على حالها ونجري عملية القسمة على الفئات التي تحتوي على فئات فرعية منها حتى نصل بكل فئة إلى الفئة التي تحتوي على أعضاء .
فالقول بأن هذا المثلث يمكن أن يقسم إلى متساوي الأضلاع ومتساوي الساقين وغير متوازي الأضلاع فالأساس المنطقي يكون علاقة الجوانب لكل منهم مع الآخر في الطول . (٣)
ويرى ولتون ، إذا كان التقسيم يقوم على الحدود الكلية التي تحتوي على كليات أخص منها ، فليست كل الحدود الكلية تقبل التقسيم لاحتوائها على أعضاء وإذا كان التقسيم المنطقي يقوم على الحدود الكلية فإن الحدود الجزئية لا نستطيع تقسيمها أي أن ، " التقسيم المنطقي هو تحليل الجنس إلى أنواعه بالتالي إنه فقط يقوم على الحدود الكلية ، والحد الجزئي لا نستطيع تقسيمه " (٤)

والفئة التي تقسم إلى فئات فرعية تسمى جنسا والفئات الفرعية تسمى أنواعا ، (٥)
وإذا كان كل عضو من الفئة الفرعية الناتجة عن التقسيم يكون عضوا من الفئة التي إجرى عليها عملية القسمة المنطقية ، فإن جميع الفئات الفرعية تكون متضمنة في الفئة المقسمة تضمنا أصيلا .

---

1 - Ibid. P. 91
2 - **Welton** , op. cit. P. 124
3 - Ibid. P. 121
4 - Ibid. P. 126
5 - **Sincleir** , op. Cit. P. 92

القسمة الثنائية Dichotomy Division

وهي تقسيم الجنس إلى حدين أحدهما يحتوي على صفة معينة والثاني لا يحتوي على هذه الصفة المعينة فعندما نقوم بتقسيم الجنس ، نقسمه على أساس أن يكون ناتج القسمة نوعاً ونفيه ، ويقول ولتون القسمة الثنائية هي تقسيم كل خطوة إلى حد موجب positive Term وحد سالب Negative Term . [1] وأوضح مثال ينطبق على القسمة الثنائية هو الذي ذكره أرسطو حيث يقول ، عندما نقسم الإنسان إما أن يكون " فان " أو " غير فان " وكل قول في هذه الحالة هو حد ، [2] فإذا كان لدينا فئة الحيوانات تقسم إلى فئتين متضادتين مثل فئة " القطط " وفئة " ما ليس قطط" [3] ، وبذلك تكون القسمة الثنائية هي تقسيم الفئة الشاملة إلى فئة فرعية وفئة فرعية أخرى متممة لها في نطاق الفئة الشاملة مجال الحديث ، أي أن تقسيم الكل إلى أ ، أَ ، ب ، بَ ... الخ تسمى القسمة الثنائية . [4]

و من خلال عملية القسمة الثنائية نستطيع أن نعين الفئة المتممة أَ The Complement Class عن طريق الفئة أ ، فالفئة أَ هي الفئة التي تعين عن طريق غياب الخصائص التي تحتويها الفئة أ وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ، فمبدأ القسمة الثنائية يتميز بأنه يعين الفئة أَ ويمكن معرفة الفئة أَ عن طريق الفئة أ . [5]

ويعبر ألكسندر عن ذلك فيقول بأننا بالقسمة الثنائية نحصل على قسمين يستنفذان القسمة في فئتين ويستبعد كل منهما الآخر ، ويصبح كل شئ أ أو لا أ وتستمر القسمة إلى قسمين حتى نصل إلى الأنواع السفلى ، التي تحتوي على أفراد ، فمن الواضح أن الفئة والفئة المتممة لها يستنفذان الفئة الشاملة ، [6] وهذا يعني أن كل عضو في الفئة الشاملة إما يكون عضواً في الفئة أ وإما يكون عضواً في الفئة أَ .

---

1 - **Welton** , op. cit. P. 130

٢ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ،ص ٤٢٠ .

3 - **Basson** , and **O'connor** , op. cit. P. 152

4 - **Langer** , op. cit. P. 154

5 - Ibid. P. 154

6 - **Alexander** , op. cit. P. 161

وهذا يعني أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة أَ الناتجتين عن عملية القسمة الثنائية تكون في هوية مع الفئة الشاملة ، فالفئات المتضادة الناتجة عن عملية القسمة الثنائية مثل إنسان ولا إنسان تكون الفئة الشاملة ، [1] أي جميع الأعضاء التي تندرج تحت فئة الإنسان والأعضاء التي تندرج تحت فئة اللاإنسان هي نفسها الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة وهي فئة الحيوانات ، ويمكن تحديد معنى الفئة الشاملة عن طريق الفئة أ والفئة أَ الناتجتين عن عملية القسمة الثنائية .

وإذا كانت القسمة الثنائية هي تقسيم الجنس إلى أنواع متباعدة ، (٢) فإن الفئتين الناتجتين عن عملية القسمة الثنائية يكونان في استبعاد متبادل ، فلو قلنا فئة الأشياء الحمراء أ وفئة الأشياء اللاحمراء أَ وهما الفئتان الناتجتان عن إجراء عملية القسمة الثنائية لفئة الألوان نجد كل فئة تندرج تحتها أعضاء لا تندرج تحت الفئة الأخرى ولا يوجد عضو مشترك بين الفئتين أ ، أَ . (٣) ويرى ولتون ، إن عملية القسمة الثنائية ليست فقط هي تقسيم الحد الكلي **The Whole Term** إلى حد موجب وحد سالب ونستطيع من خلالها أن نحدد معنى الفئة أَ وإنما هي عملية فكرية قامت عليها قوانين الفكر ، حيث يقول ، " هذه العملية توجد مبادئ التناقض **Contradition** والثالث المرفوع " **Exluded Middle** [٤].

وللبرهنة على ما قاله ولتون نجد أن سوزان لانجر تقول بأن ، الفئتين المتممتين لبعضهما ليس فقط يقتسمان الفئة الشاملة بينهما ولكن أيضا يكونان في استبعاد متبادل ، وبالتالي لا يوجد عضو في الفئة الشاملة يكون عضوا لكل منهما معا أي لا يوجد عضو ينتمي إلى كل من الفئتين معا ، [٥] فعندما نقسم الفئة الشاملة إلى فئتين أ ، أَ وأن الفئة أ والفئة أَ دائما يكونان في استبعاد متبادل يلزم عن ذلك أن لا شئ يكون عضوا في كل من الفئة أ والفئة أَ ، [٦] في نفس الوقت أي لا توجد أعضاء مشتركة **Common Members** بين الفئة أ والفئة المتممة لها أَ ، [٧] الناتجتين عن عملية القسمة الثنائية ، وهذا هو مبدأ

---

1 - **Basson** , and **O'connor** , op. cit. P. 151
2 - **Cohen** , and **Nagel** , op. cit. P. 242
3 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 222
4 - **Welton** , op. Cit. P. 130
5 - **Langer** , op. cit. P. 145
6 - **Cohen** , and **Nagel** , op. cit. P. 123
7 - **Eaton** , op. cit. P. 422

التناقض القائم على عملية القسمة الثنائية والذي يقرر أنه لا يوجد شئ يكون عضوا في الفئة أ والفئة أَ في نفس الوقت وعبر عنه المناطقة المحدثون بالصورة الرمزية أ × أَ = صفر أي أن ناتج عملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة أَ فئة فارغة .

ومن ناحية أخرى ، وإذا كانت عملية القسمة الثنائية هي عملية تقسيم الفئة الشاملة إلى الفئة أ والفئة المتممة لها أَ ، يقول ألكسندر ، أي عضو نختاره من الفئة الشاملة إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة أَ فالفئة الشاملة تحتوي على جميع الأشياء التي إما في الفئة أ أو الفئة أَ [1] ، وتقول سوزان لانجر ، كل عضو س إما أنه ينتمي إلى الفئة أ ، أو ينتمي إلى الفئة أَ فهناك فئة تعين من س ∈ أ وأخرى تعين من ~ (س ∈ أ) هذه القسمة تسمى لا أ وعادة تكتب أ فكل شئ في الفئة الشاملة ينتمي إلى الفئة أ أو إلى الفئة أَ [2] ، وهذا هو مبدأ الثالث المرفوع القائم على عملية القسمة الثنائية والذي يقرر بأن أي عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة أَ ، [3] وقد عبر عنه المناطقة المحدثون بالصورة الرمزية أ + أَ = ١ .

وعلى ذلك نستطيع القول إذا كانت عملية القسمة الثنائية عملية فكرية قامت عليها مبادئ التناقض والثالث المرفوع وأن هذين المبدأين يرجعان إلى مبدأ الهوية Principle of identity والذي ينص بأن أي فئة تكون في هوية مع نفسها .

التصنيف Classification

إذا كانت عملية القسمة المنطقية عملية تنشأ من الأكبر عمومية إلى الأقل عمومية ، بانقسام التصور الواسع إلى تصورات ضيقة يكون بذلك عكس التصنيف الذي يبدأ بالأفراد حيث تكون كل مجموعة فئة ، وهذه الفئات تتحول إلى فئات أوسع حتى نصل إلى الفئة الشاملة ، [4] ، فالتصنيف يكون عملية عقلية بحيث تجمع أشياء معينة في مجموعة وهذه المجموعة تسمى فئة ، [5] وعلى ذلك فالتصنيف يبدأ من الأفراد وكل مجموعة أفراد تحتوي

1 - **Alexander** , op. cit. P. 162
2 - **Langer** , op. cit. P. 142
3 - Ibid. P. 143
4 - **Carroll** , op. cit. P. 60
5 - **Eaton** , op. cit. P. 282
انظر أيضا * **Cohen** , and **Nagel** , op. Cit. P. 241

خصائص معينة تكون فئة ويتدرج التصنيف بعد ذلك بحيث نضع كل مجموعة فئات تحتوي خصائص مشتركة في فئة أوسع حتى نصل إلى فئة الفئات .

وإذا كان التصنيف يبدأ بالأفراد بحيث نجمع كل مجموعة أفراد مشتركين في خصائص معينة في فئة كل فرد لابد أن يكون عضوا في فئة لذا فالتصنيف يستنفذ جميع أفراد الفئة [١] ، ومن هنا تكون عملية التصنيف قائمة على مفهوم الفئة ، فالفئة هي مجموعة من الأفراد التي تحتوي على خصائص معينة والتي تكون أعضاء في هذه الفئة . [٢]

ثالثا : القياس :

يقول أرسطو ، القياس فهو قول إذا وضعت فيه أشياء أكثر من واحد لزم شيء أخر من الاضطرار لوجود تلك الأشياء الموضوعة بذاتها و أعني بذاتها أن تكون لا تحتاج في و جودها ما يجب عن المقدمات التي ألف منها القياس إلي شيء أخر عن تلك المقدمات [٣].
و بذلك فالقياس هو استخراج نتيجة **conclusion** من مقدمات **premisses** يلزم وجودها من قبل المقدمات المعطاة ، و أن أرسطو عالج نظرية القياس في كتابه التحليلات الأولي [٤] .

وقد أ قام أرسطو نظرية القياس علي الحدود ، فالقياس يتكون من ثلاثة حدود و هذه الحدود بدورها تكون ثلاث قضايا ، و يتكون القياس من ثلاث حدود ، الحد الأكبر و الحد الأوسط و الحد الأصغر ،[٥] فالحد الأكبر هو الذي يحتوي علي أكثر الأعضاء و يشتمل علي الحد الأوسط و الحد الأصغر ، و الحد الأوسط يحتوي الحد الأصغر و الحد الأصغر هو الذي يحتوي علي أقل الأعضاء و يكون متضمنا في الحد الأوسط و الحد الأكبر ، يقول أرسطو ، أعني بالأوسط ما كان مندرجا في شيء أخر و فيه يندرج شيء أخر و هو بحكم ترتيبه أيضا أوسط ، أعني بالأكبر ما يندرج فيه الحد الأوسط و أعني بالأصغر ما يندرج في الأوسط [٦] .

---

1 - **Sinclair** , op. cit. P. 91

2 - Ibid. P. 122

٣ - ارسطو ، التحليلات الأولي ، ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ١ ، ص ١٤٢ .

4 - **Demitriu** , " **History of logic,**" vol. ,1. p . 177

5 - **Reichenbach**, op. Cit. P.200

٦ - لوكاشيفتش المرجع السابق ، ص ٤٤ .
انظر أيضا في تعريف القياس
* الفارابي ، كتاب في المنطق " الخطابة " ، تحقيق محمد سليم سالم ، دار الكتب ، القاهرة ، ١٩٧٦ ، ص ٤٣ .

فإذا كان الحد الأكبر هو الذي يحتوي الحد الأوسط و الحد الأصغر ، فالحد الأكبر في القياس يعبر عن فئة شاملة و أن الحد الأوسط و الحد الأصغر يعبران عن فئتين فرعيتين بالنسبة للحد الأكبر و بذلك تكون نظرية القياس قائمة علي عملية القسمة المنطقية ، حيث يقول أرسطو ، و أما قياس فليس يأتي به الذي يقوم الحد في القسمة فكما أن في النتائج التي بلا أو ساط أن قال إنسان قد يلزم ضرورة إذا كانت هذه الأشياء موجودة أن يكون هذا الشيء قد يمكن أن يسأل لم ذلك كذلك أيضا في الحدود التي تكون بطريقة القسمة ما هو الإنسان [1] .

فلو قلنا فئة الإنسان و أجرينا عليها عملية القسمة المنطقية إلي فئة المصريين و فئة المفكرين نجد أن فئة الإنسان فئة شاملة و كل من فئة المصريين و فئة المفكرين فئة فرعية لفئة الإنسان و أن فئة الإنسان تحتوي فئة المصريين و فئة المفكرين ، و تمثل الحد الأكبر ، و فئة المصريين تحتوي فئة المفكرين و تمثل الحد الأوسط و فئة المفكرين تمثل الحد الأصغر ، فلو قلنا " كل مصري إنسان " " و كل القاهريين مصريين " أذن كل قاهري إنسان و على ذلك نجد نظرية القياس قامت علي عملية القسمة المنطقية .

وقد استبعد أرسطو في بنائه لنظرية القياس الحدود الجزئية و اعتمد فقط علي الحدود الكلية وإذا كنا نجد في الكتب المنطقية مثالا للقياس على النحو التالي :
كل إنسان مائت ، سقراط إنسان ، أذن سقراط مائت .

هذا المثال يبدو أنه يرجع إلي عهد قديم فقد أورده سكتوس أمبيريقوس مع تغيير طفيف هو وضع حيوان مكان مائت علي أنه قياس مشائي و لكن القياس المشائي ليس بالضرورة قياسا أرسطيا ، و الحق أن القياس السابق يختلف عن القياس الأرسطي من حيث أن موضوعها سقراط حد جزئي و لكن أرسطو لا يدخل في نظريته الحدود الجزئية [2] ، وهذا القياس في رأي لوكاشيفتش لا يعبر عن رأي أرسطو .

و نجد بلانشي يؤكد المعني السابق بقوله نجد مثلا كل إنسان ميت ، سقراط إنسان ، إذن سقراط ميت ، ليس مثلا أرسطيا لا لأنه غير موجود عند أرسطو و حسب بل

---

* Carney , and Scheer , op. cit. P. 245

١ - ارسطو ، التحليلات الثانية كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د / عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، ص ٤١٩ .
٢ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٣ .

لان القياس الأرسطي يترك جانبا حالة المقدمات الجزئية إذن لابد علي الأقل من استبدال إسم العلم سقراط بأسم أحد الإجناس التي ينتمي إليها [1].

و يقول لوكاشيفتش عندما نرجع المثال السابق إلي تفكير ارسطو ، فالقياس الأتي اقرب إلي أن يكون أرسطيا، كل إنسان ميت ، كل اغريقي إنسان أذن كل إغريقي ميت، [2] فالحدود التي تكون منها القياس السابق كلها حدود كلية لأننا قمنا باستبدال سقراط و الذي يمثل حدا جزئيا بالحد الكلي الذي ينتمي إليه سقراط و هو حد الإغريق و من هنا يكون هذا القياس متسقا مع تصور أرسطو في بناء نظرية القياس .

ويرجع بلانشي السبب في أن القياس الأرسطي يقوم علي الحدود الكلية ولم يفسح المجال للحدود الجزئية لتشارك في بناء نظرية القياس ، إلى أن عمليات القياس تستلزم إمكان تحول المقدمات أي التبادل بين الموضوع و المحمول ، أنما نفترض أن الاثنين مؤتلفان ، [3] و هنا يظهر السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية في بناء نظرية القياس و هو كل حد من الحدود الثلاثة القائم عليها القياس لابد أن يصلح أن يكون محمولا و موضوعا في نفس الوقت ، و كون الحد الجزئي يحتوي علي عضو واحد فقط فلا يصلح أن يكون محمولا في قضية .

ويؤكد لوكاشيفتش السبب في إهمال أرسطو للحدود الجزئية في بناء نظرية القياس فيرى أن ، الحد الواحد في القياس يجوز أن يكون موضوعا و محمولا دون قيد و في كل شكل من أشكال القياس الثلاثة التي عرضها أرسطو يوجد حد يقع موضوعا مرة و محمولا مرة أخرى و هو الحد الأصغر في الشكل الأول و الحد الأكبر في الشكل الثاني و الحد الأصغر في الشكل الثالث و في الشكل الرابع يكون كل حد من الحدود الثلاثة موضوعا مرة و محمولا مرة أخري ، فالقياس الأرسطي كما تصوره أرسطو يتطلب حدودا متجانسة من حيث صلاحيتها لأن تكون موضوعات و محمولات و هذا ما يبدو أنه السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية [4] .

و من ناحية أخرى أن التضمن هو علاقة بين فئة و فئة فرعية منها فلو قلنا كل إنسان حيوان ، فكل إنسان يكون عضوا في فئة الحيوانات ، و بذلك تكون فئة الناس

١- روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٦٣ .
٢ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٣ .
٣ - روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٦ .
٤ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٢٠ .

متضمنة في فئة الحيوانات ، فكل عضو من أعضاء الفئة الأولى أ يكون عضواً في الفئة الثانية ب ، و إذا كان كل عضو من أعضاء الفئة أ هو في الوقت نفسه عضو من أعضاء الفئة ب يقال في هذه الحالة أن الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب أو أنها متضمنة في الفئة ب أو أن الفئة ب تشتمل على الفئة أ من حيث أن الفئة أ فئة فرعية منها [١] .

إذا كان كل عضو في الحد الأصغر يكون عضواً في الحد الأوسط و الحد الأكبر و كل عضو في الحد الأوسط يكون عضواً في الحد الأكبر ، فإن الحد الأصغر يكون متضمناً في الحد الأوسط و الحد الأكبر ، و الحد الأوسط يكون متضمنا في الحد الأكبر و بذلك تكون العلاقة بين الحدود القائم عليها القياس هي علاقة التضمن بين الحدود و أرسطو نفسه يؤكد هذا ، حيث يقول حين يرتبط ثلاثة حدود أحدهما بالأخر بحيث يكون الأخير محتوي في الأوسط و الأوسط محتوي في الأول [٢] فمن خلال تسميات أرسطو للحدود القائم عليها القياس بالحد الأكبر و الحد الأوسط و الحد الأصغر يكون دليلاً قاطعاً بأن أرسطو و ضع في اعتباره التضمن بين الحدود .

يري رسل أن العلاقة بين الفئات التي يتكون منها القياس هي التضمن و أن التضمن القائم عليه القياس علاقة متعدية ، حيث يقول مبدأ القياس المنطقي أنه إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ثلاث فئات و كانت أ داخلة في ب و كانت ب داخلة في جـ كانت أ داخلة في جـ [٣].

و يؤكد كل من أمبروز و ليزرويتز هذا المعني بقولهما ، القياس قائم علي علاقة التضمن بين الفئات ، [٤] و إذا كان الأمر كذلك هل التضمن القائم عليه القياس هو تضمن متبادل أم تضمن أصيل ؟ في الحقيقة العلاقة بين الفئات التي يتكون منها القياس هي علاقة التضمن الأصيل لأننا نجد الحد الأكبر يحتوي الحد الأوسط و يزيد عليه في عدد الأعضاء و أن الحد الأوسط يحتوي الحد الأصغر و يزيد علية في عدد الأعضاء .

و نستطيع التعبير عن القياس بصورة رمزية يعرضها لنا هلبرستات و هي :

أ ⊃ ب . ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ ، [٥]

و من هذه الصورة للقياس نستطيع القول بأن العلاقة بين الفئات التي يتكون منها القياس هي علاقة تضمن و أن أرسطو من خلال عرضه لنظرية القياس وضع لنا أهم ثمة

---

١ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٢ .
٢ - د / محمود زيدان ، المنطق الرمزي نشأته و تطوره ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٧٣م، ص ٤٢ .
٣ - رسل ، أصول الرياضيات ، الجزء الأول ، ص ٤٣ .

4 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** op . cit. P. 268
5 - W.H. **Halberstadt** , " An introduction to modern logic, " Harper and Brothers, publishers, New York , 1960 , P. 205

يتسم بها التضمن و هي علاقة التعدي و الذي اعتمد عليها المناطقة في التفرقة بين التضمن و الانتماء في المنطق الحديث .

بالإضافة إلي أن أرسطو من خلال عرضه لنظرية القياس وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالفئة المشتركة ، فالفئة المشتركة هي الأعضاء المشتركة بين فئتين ، [١] فهي الفئة التي يكون كل عضو فيها عضوا في الفئات الناتجة عنهم ، فإذا كانت هناك فئتان أ ، ب استطاع الإنسان أن يكون منهما فئة جديدة يكون أعضاؤها هي فقط التي تنتمي إلي الفئتين ،[٢] و بذلك تكون الفئة المشتركة هي الفئة الفرعية من الفئتين الناتجة عنهما .

فإذا أخذنا القياس التالي كل إنسان فان و كل مصري إنسان ، أذن كل مصري فان ، فهذا القياس يتكون من Consists Of ثلاث فئات و هن فئة الفانين و تمثل الحد الأكبر و فئة الناس و تمثل الحد الأوسط و فئة المصريين و تمثل الحد الأصغر ، و أن كل عضو من أعضاء فئة المصريين يكون عضوا في فئة الناس و عضوا في فئة الفانين ، أي كل عضو في الحد الأصغر يكون عضوا في الحد الأوسط و عضوا في الحد الأكبر في نفس الوقت ، لذا فالحد الأصغر في القياس يمثل فئة مشتركة .

فإذا كان أرسطو قد اعتمد علي الحدود الكلية في بناء نظرية القياس و الحد الأصغر يعبر عن فئة مشتركة Common Class يلزم عن ذلك أن الفئة المشتركة عند أرسطو تكون حدا كليا Whole Term و هنا نجد الاختلاف بين مفهوم الفئة المشتركة في المنطق الحديث و الفئة المشتركة عند أرسطو ، إن الفئة المشتركة في المنطق الحديث تحتوي علي الأقل عضو واحد ، [٣] المهم لا تكون بأي حال من الأحوال فئة فارغة ، و لكن من خلال تصورأرسطو لبناء نظرية القياس التي تقوم علي الحدود الكلية نجد أن الفئة المشتركة عند أرسطو تحتوي علي الأقل عضوين .

و إذا كان لدينا القياس التالي : -

كل طائر حيوان ، و كل غراب طائر ، إذن كل غراب حيوان ، في هذا القياس نجد حد طائر متضمنا في حد أخر " حيوان " و يتضمن فيه حد ثالث " غراب " و هنا يكون " طائر " هو الحد الأوسط و من ثم فإن " حيوان " هو الحد الأكبر و غراب هو الحد الأصغر ، [٤] فإذا كان " غراب " و هو الحد الأصغر و الذي يعبر عن فئة مشتركة فإننا نلاحظ

---

1 - Reichenbach , op. cit. P. 195

٢ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٥ .

3 - Langer, op. cit. P. 118

٤ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٤٥ .

الاختلاف في تصور الفئة المشتركة في المنطق الحديث و التي تحتوي علي الأقل عضوا واحدا ، في حين أن الفئة المشتركة في نظر أرسطو لابد أن تحتوي علي الأقل عضوين .
و إذا عبرنا عن القياس الأرسطي بالصورة الرمزية التالية :-

أ ⊃ ب . ب ⊃ جـ . ∴ . أ ⊃ جـ

نجد أن الفئة أ تكون متضمنة في كل من الفئة ب و الفئة جـ و أن كل عضو فيها يكون عضوا في الفئة ب و الفئة جـ في نفس الوقت و إن أعضاء الفئة أ تحمل خصائص الفئة ب و خصائص الفئة جـ في نفس الوقت و بذلك فالفئة أ تعبر عن فئة مشتركة .

رابعا : المنطق الرواقي

من المعروف أن ارسطو أقام نسقه المنطقي علي أساس الحدود الكلية و لم يفسح مجالا للحدود الجزئية ، و أهتم بالتصورات الكلية بعيدا عن الأفراد ، و الفرد عند ارسطو ما هو إلا جزء من كلي و لا يعتمد عليه في بناء نسق منطقي و اتضح أن السبب في ذلك بأن بناء النسق المنطقي الأرسطي يتطلب حدودا كلية و لفظ كلي يأتي من خلال مجموعة من الأعضاء يشتركون في خواص معينة ، [1] بمعني أنه يحتوي علي عدد من الوحدات أو الأعضاء [2].

و علي الرغم من أن الفرد لا يمثل دورا فعالا في المنطق الأرسطي ، إلا أنه كان له دورا فعالا في بناء نسقا منطقيا ، فالرواقيون اعتمدوا كل الاعتماد علي الفرد و أقاموا عليه نسق منطقي ، و بذلك فالرواقيون يأخذون في منطقهم لا بالماهية و لا بالصورة بمعناها المعروف عند ارسطو بل يرون أن ماهية كل موجود **Entity** أو طبيعته الخاصة ليست تتألف من العنصر المشترك بين أفراد **Individuals** كثيرين [3] .

و أن الخلاف بين أرسطو و الرواقيين إن كلا منهما قام ببناء نسق منطقي متناسب مع فلسفته حيث يقول بلانشي ،انكب بروشار علـى تباين أن الرواقيين لم ينفصلوا آلبته عن منطق ارسطو و لكنهم جبلوا منطقا أصيلا ، و أن الخلاف بين المنطقين يعكس الخلاف بين الفلسفتين فمنطق ارسطو متناسب مع فلسفة المادة و الجوهر فهو أذن منطق المفهوم التصوري و أما الرواقيون فهم اسميون ، فبالنسبة إليهم لا توجد أنواع و لا

1 - Langer, op. cit. P.122
2 - Eaton, op. cit. P. 308
٣ - د / عثمان أمين ، الفلسفة الرواقية ، مكتبه الانجلو المصرية ، القاهرة ، ١٩٧١ ، ص ١٢٢ .

جواهر و التصنيفات مصطنعه ، فما يميزه كائنا ليس الاشتراك في الجوهر سيكون مشتركا بينه و بين كائنات أخرى و يسمح بجمعهم في فئة طبيعية ، بل الذي يميزه هو الصفة الفردية الملموسة ، لهذا لا يوجد أبدا فردان متماثلان و لهذا فإن التعريف لا يقوم بالمقارنة الخصوصية بل بتعداد الخواص ، أن الفكرة تتناول الأفراد و لا تقوم علي تفنيد للأجناس ، و الأنواع ، (١) لذا يكون المنطق الرواقي عكس المنطق الأرسطي من ناحية اختيار الوحدة التي يقوم عليها النسق المنطقي ، فالفرد في المنطق الرواقي لا يعرف عن طريق اشتراكه مع أفراد آخرون في خصائص معينة و لكنه يعرف بخواصه الذاتية .

فإذا كان الجنس اسم لفئة الموضوعات تقسم إلي فئات صغيرة و كل هذه الفئات تسمي أنواعا ، (٢) فالجنس بهذا المعنى يكون حدا كليا يحتوي علي حدود كلية و هذه الحدود تسمي أنواعا و الأنواع و أن كانت تحمل علي كثيرين ، فإنها ليست تحمل علي كثرين مختلفين بالنوع ،(٣) و من هنا نجد الجنس و النوع كليهما حدا كليا و أن الجنس يحتوي النوع و المنطق الرواقي لا يبحث في لألفاظ الكلية و يبحث فقط في الأفراد فلا يكون عندهم علاقة بين الجنس و النوع و الذي يمثل كل منهما اسم كلي فالمنطق عندهم لا يبحث في تصورات ولا كليات (٤) .

فالفرد في المنطق الرواقي لا يمكن تعريفه بالنوع أو بالجنس الذي يندرج تحته كما كان عند أرسطو و لكن الفرد بخواصه الفردية و أنه لا يوجد فردان متماثلان في المنطق الرواقي ، و بذلك لا وجود لمعني الجنس أو النوع في المنطق الرواقي كما أننا لا نجد لعلاقة التضمن بين الحدود و القائم عليها النسق الأرسطي و جود في المنطق الرواقي .

و من ناحية أخرى فإذا كانت عملية القسمة المنطقية عند أرسطو تقوم علي الحدود الكلية ، بحيث يقسم الجنس إلي أنواع أقل منه في الأعضاء ، (٥) و الجنس يجب أن يستنفذ بواسطة القسمة بحيث كل عضو في الجنس يجب أن ينتمي إلي الأنواع (٦) و كون أن الرواقيين يعتمدون كل الاعتماد علي الأفراد في بناء النسق المنطقي فإن عملية القسمة

١- روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ١٢٧ .

2 - Aikins, op . cit . p. 49

٣ - ارسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣ ، ص ١٠٦١ .

٤ - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١٣٠ .

5 - Carroll , op . cit. P. 61

6 - Eaton, op. Cit . p 283

المنطقية ليست لها في نظر الرواقيين إلا قيمة صورية محضة و ليست لها قيمة انطولوجية كما كان عند أرسطو ،[1] .

إلا أننا نجد لديهم نوعا من عملية القسمة المنطقية ، يسمي التقسيم المتناقض و هو أن يقسم بواسطة التقابل المتساوي علي سبيل المثال بمعني النفي ، فجميع الأشياء جيدة أو غير جيدة ، [2] و كون أن الرواقيين يأخذون بالفرد في بناء نسق منطقي فالفرد عندهم إما موجب أي يحمل خصائص معينة و إما سالب أي يعين عن طريق غياب الخصائص التي يحملها الفرد الموجب ، مثل هذا الشيء " أحمر" أو " غير أحمر " ، و في الحقيقة أن هذه الفكرة مأخوذة عن فكرة القسمة الثنائية لدي ارسطو و إنما الفرق بينهما أن القسمة الثنائية عند أرسطو تقوم على الحدود الكلية و لا يشترط فيها التساوي بين الحدين الناتجين عن عملية القسمة ، إنما هذا النوع من عملية القسمة عند الرواقيين يلزم فيه التساوي بين الطرفين الناتجين عن عملية القسمة .

وعملية القسمة المنطقية عند الرواقيين تمر بمراحل مثلما كانت عند أرسطو وكل مرحلة من التقسيم تقوم على أساس جديد وبذلك فالمرحلة التالية للتقسيم المتناقض عندهم تسمى التقسيم الفرعي وهو تقسيم التقسيم السابق ، على سبيل المثال نقول جميع الأشياء الموجودة بعضها جيدة والأخرى تكون غير جيدة وهذا التي لا تكون جيدة بعضها تكون شريرة والأخرى تكون غير مختلفة ، [3] وهنا نجد التقسيم الفرعي هو تقسيم متناقض يأخذ مرحلة بعد المرحلة الأولى أي عندما نقول هذا الفرس أبيض أو ليس أبيض فإن ليس أبيض يقسم إلي إما أحمر أو ليس أحمر و هكذا نستمر في عملية القسمة المنطقية بين الأفراد و ليس بين الحدود الكلية .

و إذا كان التقسيم بمعناه الأرسطي لا يوجد في المنطق الرواقي ، فإن التصنيف و الذي يعتبر عملية عقلية تجمع أشياء معينة ذات خصائص مشتركة في مجموعة تسمي فئة ، [4] أي أنه يبدأ بالأفراد و كل مجموعة أعضاء ذات خصائص مشتركة تمثل فئة تتحول هذه الفئات إلي فئات أوسع حتى نصل إلي الجنس و التصنيف ينشأ من الأقل عمومية إلي الأكثر عمومية ، [5]

---

١ - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١٣١ .

2 - **Dumitriu**, " **history of logic**," , vol., 1. p . 232

3 - Ibid. P. 232

4 - **Eaton**, op . cit . P. 282

5 - **Carroll** , op . cit . P. 60

و كون الرواقيين يأخذون بالأفراد لا بالحدود الكلية فالتصنيف بمعناه المنطقي ليس له و جود في المنطق الرواقي .

و كذلك نظرية القياس الارسطية و التي تقوم على الحدود الكلية و إن القياس يُوجد علاقة التضمن بين الحدود التي يتكون منها ، حيث يقول بلانشي فالاستدلالات التي يعالجها الرواقيون

تمتاز عن القياسات الأرسطية بأنها لا تنتمي مثلها إلي منطق الحدود The Logic Of Tems من جهة ، لأن القياسات تعلن عند أرسطو علي شكل تضمن Inclusion و هي بالتالي : - مقدمات افتراضية ، من جهة ثانية أن الفرق الفاصل بين النظريتين هو شئ أخر و هو أعمق من مجرد إنقسام داخل منطق الحدود[1] .

فإذا أخذنا المثال التالي ، إذا كان هناك نهار فهناك نور ، و هناك نهار هناك نور ، [2] و هذا هو القياس الرواقي الذي يتكون من فردين و هما نهار و نور في حين أن القياس الأرسطي يتكون من ثلاثة حدود كما نلاحظ إذا كانت العلاقة التي تربط بين الحدود في القياس الأرسطي هي علاقة التضمن ، فإن العلاقة التي تربط بين الأفراد التي يقوم عليها القياس الرواقي هي علاقة لزوم Implication منطقي .

و هنا يكون الاختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الرواقي هو اختلاف في استخدام الأداة التي استخدمها كل منهما في بناء نسقه المنطقي ، فالنسق المنطقي الأرسطي قائم علي التصورات الكلية في حين أن النسق المنطقي الرواقي قائم علي الأفراد ، حيث يقول شيشرون ، الرواقيون أنما يخالفون المشائيين في الألفاظ لا في جواهر الأشياء [3] .

و على الرغم من أن المنطق الرواقي قام بناء نسقه المنطقي علي الأفراد و ليس التصورات الكلية ،إلا أن المنطق الرواقي من ناحية لا يكتفي بتسجيل الوقائع الجزنية منفردة مبعثرة بل هو يستنتج من واقعة مشاهدة واقعة أخري يمكن أن تشاهد ذلك بواسطة كلمات ، إذا ، أو ، و ، [4] فهذه الكلمات هي التي حددت أنواع القضية ، نجد أن القضية المتصلة التي تربط واقعتين بكلمة " و " و القضية المنفصلة التي تربط واقعتين بكلمة " أو " و القضية الشرطية التي تربط واقعتين بكلمة " إذا " أن انتباه الرواقيين إلي مثل هذه القضايا يفسح عن عقليه تبحث عن الصلات بين الأحداث لا بين الأفكار و التصورات [5] .

---

١ - روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ١٢٩ .
٢ - نفس المرجع . ص ١٤٧ .
٣ - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١١٣ .
٤ - محمد ثابت الفندي ، أصول المنطق الرياضي ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٧٢ ، ص ١٢٩ .
٥ - نفس المرجع و الصفحة .

و بذلك يكون المنطق الرواقي قد ساهم مساهمة فعالة في تغيير مسار التفكير المنطقي ، فنقل التفكير المنطقي من البحث بين التصورات الكلية إلي البحث في الأحداث المتتابعة ، فعندما طبق ليبنتز العمليات الرياضية كالجمع و الضرب في معالجة الأمور المنطقية قد استخدم أدوات الربط التي استخدمها الرواقيون و أن مدرسة بول رأت أن الضرب تقابل العطف بين حكمين صادقين المعبر عنه بكلمة " و " و أن الجمع يقابل الانفصال بين حكمين المعبر عنه بكلمة " أو " [١]

١ - نفس المرجع ، ص ١٣٠ .

الفصل الثالث

التضمن ومنطق الفئات

تمهيد :

على الرغم من تعدد العلاقات في النسق المنطقي سواء الحديث أو الارسطي إلا أن كل موضوع في المنطق يتطلب علاقة من تلك العلاقات ، و هذه العلاقة تكون أساسية بالنسبة لهذا الموضوع ، و كل علاقة تكون لها علاقات أخرى جانبية تلازمها و تقويها في توضيح هذا الموضوع و نظراً لأن موضوع منطق الفئات قائم على علاقة التضمن ، فننظر في هذا الفصل بالتحليل معنى التضمن و علاقته بالفئة و كذلك الفرق بين التضمن و الهوية ، و أيضاً الفرق بين التضمن و التضمن الأصيل ، و أخيراً الفرق بين التضمن و الانتماء مع الرجوع بكل جزئية إلى المنطق الأرسطي .

أولا : معنى التضمن و علاقته بالفئة

العلاقة الرئيسية في منطق الفئات هي " التضمن للفئات " [1] ، فالفئة تكون متضمنة في Included In أخرى إذا كان كل عضو في الفئة الأولي عضوا في الفئة الثانية ،[2] و إذا كانت علاقة التضمن قائمة بين الفئتين أ ، ب فإن جميع أعضاء الفئة أ ، أعضاء في الفئة ب ، [3] هذا يعني أن كل عضو من أعضاء الفئة أ يحمل خصائص Properties الفئة ب و يندرج تحتها مع كونه يحمل خصائص الفئة أ و يندرج تحتها ، ولا يوجد عضو من أعضاء الفئة أ خارج الفئة ب .

مثال ذلك عندما نقول " القطط ثدييات " ففئة القطط تكون متضمنة في فئة الثدييات و كل قط يكون ثديي و على ذلك كل عضو من الفئة الأولي يكون عضوا في الفئة الثانية ، أي كل عضو من فئة القطط يكون عضوا في فئة الثدييات ، [4] و أيضا لو قلنا فئة الجبال في كندا متضمنة في فئة الأشياء الطبيعية فكل عضو في الفئة الأولى يكون عضوا في الفئة الثانية أي كل جبل يكون شيئا طبيعيا .[5]

---

١ - د/ عبد الرحمن بدوي ، " المنطق الصوري والرياضي " ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة ، ١٩٦٢ ، ص ٢٩٢.

2 - Cohen , and Nagel , " An introduction to logic and scientific method ". P. 123

3 - Ambrose , and Lazerowitz , " Fundamentals of symbolic logic ",. P. 225

4 - Alexander , " An introduction to logic". P. 161

5 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

و يري كواين أنه إذا كانت جميع أعضاء الفئة أ أعضاء في الفئة ب ، بحيث يحمل كل عضو في الفئة الأولى خصائص الفئة الثانية بجانب احتوائه على خصائص الفئة الأولى ، تكون الفئة الأولى متضمنة في الفئة الثانية ، فإذا كانت جميع أعضاء الفئة أ أعضاء في الفئة ب أذن الفئة أ نقول عنها أنها متضمنة في الفئة ب ، و يرمز لها أ ⊃ ب و تعني (س) (س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ب) فعندما يكون س عضوا في الفئة أ و عضوا في الفئة ب في نفس الوقت يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب ، مثل قولنا " القطط حيوانات " فئة القطط تكون متضمنة في فئة الحيوانات [1]

و يرى كواين أن علاقة التضمن بين فئتين و التي تعني بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب أو الفئة أ تكون محتواة في الفئة ب ، أن تعبر عن القضية الكلية الموجبة ، حيث يقول في كتابه المنطق الرمزي ، العلاقة أ ⊃ ب تقرباًن جميع أعضاء الفئة أ أيضا أعضاء في الفئة ب و هي تعبر عن القضية الكلية الموجبة كل أ هي ب ، [2] فجميع أعضاء الفئة أ أعضاء في الفئة ب ، و يؤكد هذا المعنى كل من لويس و لانجفورد بقولهما ، القضية الكلية الموجبة يمكن أن تقرر علاقة **Relation** بين التصورات التي تفهم من الحدود أو بين الفئات التي تصدق على الحدود مثل " كل إنسان فان " ، يمكن أن تأخذ بمعنى التصور إنسان متضمن في التصور فان ، أو تأخذ بمعنى فئة الناس تكون متضمنة في فئة الفانيين ، [3] و على ذلك نستطيع القول بأن علاقة التضمن بين فئتين انطلقت عنها فكرة القضية الكلية الموجبة .

و يمكن تعريف التضمن عن طريق اللزوم ، حيث يقول كل من وايتهيد ورسل أن تعريف التضمن باستخدام اللزوم الذي ينشأ بين عضوية **Membership** فرد في فئتين هو أ ⊃ ب ≡ (س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ب) [4] بمعنى إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب فإذا كان س عضوا في الفئة أ فإن س يكون عضوا في الفئة ب ، و ليس معنى ذلك أن التضمن ينطوي على لزوم منطقي **Logical Implication** فالتضمن ما هو

---

1 - Quine , " Mathematical logic ". P. 185

2 - Copi , " Symbolic logic ". P. 339

3 - Lewis , and Langford," Symbolic logic ". P. 27

4 - Whitehead , and Russell , " Principia Mathematica ",. P. 205

إلا احتـواء فئـة فـي فئـة أخرى ، أما اللزوم المرتبـط بـالتضمن هو لـزوم العضـو الـذي ينتمـي إلي الفئـة الأولـى بأنـه ينتمي إلـى الثانيـة .

و علـى الرغم من استخدام التعريف لصيغة اللـزوم " إذا كـان ... كـان " فـإن علاقـة تضمن Inclusion فئة في فئة أخرى تتطابق مع صورة أخرى ، فـالقول بـأن كـل أ هـي ب أو " كل إنسان حيوان " ينطوي على تضمن فئـة فـي فئـة و لا ينطـوي صراحـة علـى لـزوم منطقي ولو أنها في التحليل النـهائي تعبر عن لـزوم لأنـها تعنـي إذا كـان س إنسـان فـإن س حيوان ، وهذه صيغة لدالة قضية لزومية .

و القول بأن كل عضو من الفئة أ هـو فـي الوقت نفسـه عضـو مـن أعضـاء الفئـة ب في هذه الحالـة يقال أن الفئــة أ فئـة فرعيـة S u bclass مـن الفئـة ب أو إنـها متضمنـة فـي الفئـة ب ، أو أن الفئـة ب تشـتمل علـى الفئـة أ ، مـن حيـث أ فئـة فرعيـة Included In منـها [1] ، فالتضمن إذن هو علاقـة بيـن فئـة و فئـة فرعيـة منـها ، [2] و بذلـك إذا كـان لدينـا أ ، ب فئتان و الفئة أ متضمنـة في الفئــة ب ، فالفئـة أ فـي هـذه الحالـة تكـون فئـة فرعيـة مـن الفئـة ب ، مثال ذلك القول بأن " الكلاب أليفة " تعنـي أن كـل كلـب أو كـل عضـو مـن أعضـاء فئة الكلاب يمتاز بصفة معينة و هو كونــه أليفـاً و لكـن مـن الواضـح أن هـذه الصيغـة ليسـت مقصورة Select على الكلاب و حدهـا لأن هنـاك فئـة مـن الحيوانـات أكبر مـن فئـة الكـلاب تحوز نفس الصفة ، و ما فئة الكلاب إلا مجرد فئة فرعية منها . [3]

و الفئـة الفرعيـة تظـهر بوضـوح مـن خـلال اشـتراك فئتيـن فـي أعضـاء ، طالمــا أن الأعضـاء المشـتركة تحمـل خصـائص الفئتيـن فـي نفس الوقـت و أن كـل عضـو مــن هـذه الأعضاء المشتركة يكـون عضـواً فـي كلتـا الفئتيـن ، فالأعضـاء المشـتركة بيـن الفئتيـن فـي هذه الحالـة تعبر عن فئـة فرعيـة مـن هـاتين الفئتيـن فـي نفس الوقـت ، حيـث تقـول سـوزان لانجـر : يوجـد علـى الأقـل عضـو ينتمـي إلـي الفئـة أ و الفئـة ب معـاً ، و الفئـة التـي تكـون أعضاؤها ، أعضاءً في الفئة أ و أعضاءً في الفئة ب تمثل الضـرب المنطقـي بيـن الفئـة أ و الفئـة ب و يرمز لـها بالرمز أ × ب و هذه الفئة تمثل فئة فرعية من الفئـة أ و فئـة فرعيـة

---

١ - الفريد تارسكي ، مقدمة للمنطق و لمنهج البحث في العلوم الاستدلالية ، ص ١١٢ .

2 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

* Slupecki , and Borkowski " Elements of Mathematical logic and set theory ",. P. 159

* انظر أيضا في ذلك

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٠ .

من الفئة ب ، [1] لذا تكون الفئة أ ب متضمنة في الفئة أ و متضمنة في الفئة ب في نفس الوقت .

و كذلك إذا جمعنا أعضاء الفئة أ و أعضاء الفئة ب في فئة واحدة و هي الفئة أ + ب فإن الفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة أ + ب ، حيث تقول سوزان لا نجر في ذلك :-

(س) (س ∈ أ) .V. (س ∈ ب) . ⊂ . (س ∈ أ + ب)

فأي عضو إما ينتمي إلي الفئة أ أو ينتمي إلي الفئة ب يلزم عن ذلك أن هذا العضو ينتمي إلى الفئة أ + ب ، وعلى ذلك تكون الفئة أ فئة فرعية من الفئة أ + ب ، [2] والفئة ب فئة فرعية من الفئة أ + ب .

وإذا كانت الفئة الفرعية أ تساوي الفئة الفرعية ب فإن الفئة الفرعية أ تساوي الفئة الفرعية أ ب ، و كذلك الفئة الفرعية ب تساوي الفئة الفرعية أ ب ، ذلك أن الفئة الفرعية أ و الفئة الفرعية ب كل منهما تساوي الفئة الفرعية أ ب إذا كانت الفئة أ تساوي الفئة ب . [3]

كما نجد مورس عبر عن علاقة التضمن بين فئة و فئة أخرى فرعية منها بصيغة أخرى و هي في حالة أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب ، يمكن التعبير عنها في راي مورس ب ⊂ أ ، حيث يقول ، في حالة أن الفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة ب فإن :

أ ⊃ ب = ب . ⊂ . أ ، [4]

و من المعروف أن الرمز . ⊂ . يعبر عن اللزوم لذلك فنحن لا نوافق على هذه الصيغة لتجنب الخلط بين المفاهيم المنطقية .

وعلاوة على ذلك ، هل نجد لفكرة الفئة الفرعية جذور في المنطق الأرسطي ؟ يقول سنجلار ، الفئة الفرعية في المنطق الأرسطي هي النوع بالنسبة للجنس و الفئات الفرعية أنواع **Species** بالنسبة للجنس ، [5] وهذا يعني أن النوع في المنطق الأرسطي يعبر عن الفئة الفرعية في المنطق الحديث ، إلا أنه يوجد اختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الحديث في فكرة الفئة الفرعية ، لأننا نجد في المنطق الحديث الفئة ذات العضو الواحد تمثل فئة فرعية من الفئة التي يندرج تحتها العضو الذي يمثل فئة ذات

1- Langer , " An introduction to symbolic logic".. P. 138
2 - Ibid. P. 139
3 - Morse , " A theory of sets ", . P. 42
4 - Ibid. P. 42
5 - Sinclair , " The traditional formal logic".p. 92

عضو واحد في حين أن ارسطو أقام بناء نسقه المنطقي على الحدود الكلية فقط ، لذلك فالفئة ذات العضو الواحد في كونها فئة فرعية لفئة أخرى لا يتفق هذا مع التفكير الأرسطي .

الفئة الفرعية ذات العضو الواحد The Unit Subclass

فإذا كان التضمن هو علاقة بين فئة و فئة فرعية منها و الفئة الفرعية تحتوي على الأقل عضواً ، لذا فالفئة ذات العضو الواحد تكون فئة فرعية من فئة أخرى ما عدا الفئة الفارغة و ليس من الضروري أن تكون فئة فرعية من الفئة الشاملة فقط .

يقول روسير ، الآن نقدم الفئة الفرعية ذات العضو الواحد من الفئة أ التي تعرف U.S.C [1] و هذه الحروف تلخيص Unit Sub Class .

و من خلال النظريات التالية نستطيع التعرف على الفئة الفرعية ذات العضو الواحد و علاقتها بالفئات الأخرى .

(أ ، { س }) { س } ∈ أ = س ∈ أ [2] .

و هذه النظرية تقرر عندما تكون الفئة ذات العضو الواحد { س } متضمنة في الفئة أ فإن العضو س الذي يمثل الفئة ذات العضو الواحد { س } يكون عضوا في الفئة أ ، و إذا كان روسير عبر عن علاقة الفئة ذات العضو الواحد { س } بالفئة أ بعلاقة الانتماء (∈) ، يكون قد أخطأ في ذلك لأن علاقة فئة بفئة أخرى فرعية منها هي علاقة تضمن (⊃) و ليست علاقة إنتماء ، لذا نستطيع تصحيح النظرية السابقة على النحو التالي :

(أ ، { س }) { س } ⊃ أ = س ∈ أ .

(س) (س ∈ ١) ≡ (E ص) س = { ص } [3]

و هذه النظرية تقر عندما يكون س عضوا في الفئة الشاملة ، يوجد على الأقل عضو ص للعضو س وأن العضو س يكون في هوية **Identity** مع الفئة ذات العضو الواحد { ص }و في حالة أن الفئة أ تكون متضمنة أو تساوي الفئة ب يكافئ بأن الفئة الفرعية

1 - Rosser , "logic for mathematicians".. P. 252
2 - Ibid. P. 253
3 - Ibid. P. 253

ذات العضو الواحد { س } تكون متضمنة أو مساوية للفئة الفرعية ذات العضو الواحد { ص } ، أي أن ، (س ، ص) أ ⊇ ب ≡ { س } USC ⊇ { ص } USC (١) .

و إذا كان لكل فئة أخرى متممة لها ، فإن متممة الفئة الفرعية ذات العضو الواحد { س }َ تحتوي على جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ماعدا العضو الذي يمثل الفئة { س } أي (س) { س }َ USC = ١ - { س } USC [٢] .

و الفئة الفرعية ذات العضو الواحد تكون دائما فئة فرعية للفئة الشاملة ، لأن العضو الذي يمثلها يكون عضوا في الشاملة ، أي (س) { س } U S C ⊃ ١ . [٣]

(أ) أ ⊇ ١ . ⊂ . أ = (س) USC س { س } ∈ أ . [٤]

و هذه النظرية تقرر بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الشاملة و تساويها يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون في هوية مع العضو س الذي يمثل فئة فرعية ذات عضو واحد و يكون عضواً في الفئة أ .

كما لا يوجد فرق بين الفئة ذات العضو الواحد { س } و الفئة الفرعية ذات العضو الواحد { س } ، بمعنى أن الفئة ذات الواحد { س } تكون في هوية مع الفئة الفرعية ذات العضو الواحد { س } أي { س } U S C = { س } . [٥]

و على الرغم من أن روسير في عرضه لهذا الموضوع و هو الفئة الفرعية ذات العضو الواحد كان متذبذباً في إقرار العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد بالفئة أ فأحيانا يقول عنها إنها علاقة تضمن و أحيانا أخرى يقول إنها علاقة انتماء إلا أنه في النهاية أستقر به الأمر واقر بأن العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد والفئة أ هي علاقة تضمن Inclusion أي أن : (أ) { س } USC ⊃ (أ) . [٦]

و على ذلك نستطيع القول بأن في حالة و جود عضو يمثل فئة ذات عضو واحد فإن علاقة هذه الفئة بأي فئة أخرى هي علاقة تضمن و ليست علاقة إنتماء .

---

1 - Ibid. P. 254
2 - Ibid. P. 254
3 - Ibid. P. 254
4 - Ibid. P.255
5 - Ibid. P. 255
6 - Ibid. P. 255

ثانياً : الهوية بين الفئات

القول بأن التضمن هو علاقة بين فئة و فئة أخرى فرعية منها ، هذا لا يمنع بأن تكون كل من الفئتين فئة فرعية للأخرى و إذا كانت كل فئة من الفئتين اللتين بينهما علاقة تضمن فئة فرعية من الفئة الأخرى هنا يكون تضمناً متبادلاً Mutual Inclusion فالتضمن يكون متبادلاً إذا كانت كل من الفئتين لهما نفس الأعضاء The Same Members و أن كل أعضاء الفئة الأولي أعضاء في الفئة الثانية و أيضا أعضاء الفئة الثانية أعضاءً في الفئة الأولى ، [1] و هذا يعني أن كل عضو في الفئة الأولى يحمل خصائص الفئة الثانية و كل عضو في الفئة الثانية يحمل خصائص الفئة الأولى .

و يرمز للهوية بين الفئات بالرمز " = " حيث يعبر عادة عن الهوية بين الأفراد و هذا الرمز في الغالب يستخدم للتعبير عن التساوي بين الفئات و يعبر عن تضمن متبادل للفئات ويستخدم ليبنتز التساوي ليس بين الأفراد و لكن بين الفئات ، [٢] و هذا يعني أن الرمز " = " يعبر عن الهوية بين الأفراد و الهوية بين الفئات في نفس الوقت .

فإذا كانت أ = ب كانت ب = أ أيضاً ما دامت أ = ب ينتج عن ذلك أن ب = أ أي يمكن وضع الفئة أ مكان الفئة ب و وضع الفئة ب مكان الفئة أ و في هذه الحالة يتضح أن الفئة أ و الفئة ب فئة واحدة ، حيث تقول سوزان لانجر ، إذا كانت أ ، ب فئتين تحتويان على نفس الأعضاء فإن أ = ب . [٣]

و يري بلانشي ، أن علاقة يساوي ثانوية بالنسبة لعلاقة التضمن ، فمن السهل يكون التساوي تضمناً في حين أن التضمن لا يكون تساوياً ، فإن علاقة التساوي " = " ثانوية بالنسبة لعلاقة التضمن " ⊂ " لأن تصورا يكون منطقيا أبسط من سواه عندما يتضمنه بدون فرد و الحال فإن كل تساوي هو تضمن و لكن العكس غير صحيح و هكذا فإن التضمن هو مدرك أو سع و بالتالي أبسط من التساوي . [٤]

---

1 - Langer , op. cit. P. 125

2 - R . Feys , and F . Fitch , " Dictionary of symbols of mathematical logic, " north , Holland , publishing company , Amsterdam , 1969 , P. 95

3 - Langer , op. cit. P. 125

٤ - روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٠٠ .

و إذا كان مفهوم الهوية بين فئتين يقوم على تساوي الفئتين في عدد الأعضاء أي يكون للفئتين نفس الأعضاء فلا يلزم عن ذلك أن يكون للفئتين نفس المفهوم ، و أن بعض المناطقة يقولون الفئتين اللتين لهما نفس الأعضاء يختلفان في المفهوم ، [1] مثل " حيوان يمشي على قدمين و ليس له ريش " هو نفس مفهوم " الإنسان " ، [2] وهذا يعني أن الأعضاء التي تصدق عليها فئة الحيوان الذي يمشي على قدمين و ليس له ريش هي نفس الأعضاء التي تصدق عليها فئة الإنسان .

و يختلف التساوي بمعناه الحسابي أو العددي عن التساوي بمعناه المنطقي فالتساوي العددي لا يستلزم الهوية بالضرورة بينما كل هوية **Identity** تستلزم التساوي العددي ، مثل س = ١٥ هنا نجد أن س متغير و أن ١٥ عدد فلا يوجد هوية بين الطرفين و لكن الهوية بين الفئات تستلزم التساوي العددي للأعضاء مثل أ = ب أي أن أ ، ب فئة واحد و أن مبدأ الهوية بين الفئات و القائم على تساوي الأعضاء بين الفئات يسمى مبدأ الما صدق للفئات ، أي أن أ = ب هذا المبدأ يسمى مبدأ **Principle** الما صدق للفئات طالما أن الفئات التي تحتوي نفس الأعضاء تكون في هوية ، [3] و إذا كانت الهوية بين الفئات تقرر وجود نفس الأعضاء لهذه الفئات فإن الصيغة **Formula** أ = ب يمكن تحل محلها الصيغة ب = أ ، [4] لأنه لا فرق في القول بأن الفئة أ هي الفئة ب أو الفئة ب هي الفئة أ

و يمكن التعبير عن الهوية بين الفئة أ والفئة ب على النحو التالي :-

أ = ب ≡ س (س ∈ أ) ≡ (س ∈ ب) . [5]

إذا كانت الفئة أ في هوية مع الفئة ب هذا يعني أن كل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة ب و كل عضو في الفئة ب يكون عضواً في الفئة أ .

و يمكن التعبير عن الهوية بين الفئات عن طريق الدوال **The Functions**

أ = ب . Ø أ . ⊂ . Ø ب أ = ب . ⊂ . Ø أ ≡ Ø ب . [6]

---

1 - **Langer** , op. cit. P. 125

2 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 28

3 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 162

4 - Ibid. P. 162

5 - **Copi** , " **Symbolic logic** " , P. 178

6 - **Quine** , " **set theory and its logic** " , P. 334

أي في حالة وجود هوية بين الفئة أ والفئة ب فإن صدق دالة القضية Ø أ يلزم عنها صدق دالة القضية Ø ب و أيضاً صدق دالة القضية Ø أ يكون متكافئاً مع صدق دالة القضية Ø ب و الهوية لا توجد بين الفئات فقط ، إنما توجد بين الأفراد أيضا أي أن :

س = ص ، س ∈ أ . ⊂ . ص ∈ أ .[1]

وهذا يعني عندما توجد هوية بين مجموعة من الأفراد فهذه الأفراد تمثل أعضاء لفئة واحدة ، فمثلاً عندما توجد هوية بين العضوين س ، ص فإنهما يكونان عضوين لفئة واحدة

و إذا كان لمبدأ الهوية دور فعال في المنطق الحديث هل نجد له جذوراً أرسطية ، أم أنه من إبداع المناطقة المحدثين ؟ في الحقيقة أن أرسطو وضع لنا الأساس الأول لما عرف بمبدأ الهوية في المنطق الحديث في حين لم يعتمد على مبدأ الهوية في بناء نسقه المنطقي ، لأن أرسطو من خلال نظرية القياس و نظرية الحدود و نظرية القضايا . لم يفسح المجال لمبدأ الهوية ليشارك في بناء نسقه المنطقي و هذا لا يقلل من أهمية مبدأ الهوية في نظر أرسطو و لكن النسق المنطقي الأرسطي نفسه لا يكون في حاجة إلي مبدأ الهوية ، فإننا نجد تعريفاً لمبدأ الهوية عند أرسطو ، حيث يقول في ذلك ، " فالذي بعينه للإنسان يصير ذا رجلين و قولنا مشاء ذو رجلين شيء واحد بعينه للإنسان فيصير الحي المشاء ذو الرجلين ذا رجلين و لكنه يلزم لهذا السبب أمر متكرر لأنا لم نحمل ذا الرجلين على حي مشاء ذي الرجلين و ذلك أن بهذه الوجه يكون ذو الرجلين قد حمل على شيء واحد بعينه مرتين و لكن ذا الرجلين يقال على الحي المشاء ذو الرجلين فذو الرجلين أذن حمل مرة واحد فقط" .[2]

و يقول ديمتريو أن الهوية علاقة متعدية Transitive و تماثلية Symmatrive في نفس الوقت أي أن : أ = ب ≡ ب = أ ، أ = ب . ب = جـ . ⊂ . أ = جـ ،[3] ، في حين أن التضمن علاقة متعدية و ليست تماثلية Non Symmatrive فإذا كان

أ ⊃ ب . ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ

---

1 - Ibid. P. 332

٢ - أرسطو ، الطوبيقا ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ص ٦٣٠ .

3 - Dumitriu , " History of logic " vol. 4, P. 100

في حين إذا كانت أ ⊃ ب لا تكون بالتالي ب ⊃ أ ، لذا فالتساوي يعبر عن تضمن متبادل أي إذا كانت الفئة أ تساوي الفئة ب فالفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب و الفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ ، أي يكون لهما نفس الأعضاء بمعنى أن :

أ ⊇ ب ≡ (أ⊃ ب) . (ب ⊃ أ) .[1]

و على الرغم من الاختلاف الواضح بين الهوية و التضمن ، إلا أن بول ، لم يدرك أهمية فكرة التضمن كفكرة أصيلة و من ثم خلط التضمن بالمساواة و يعتبر بيرس ، أول من نبه إلي أهمية التضمن في منطق الفئات .[2]

و إذا كان التضمن بين فئتين أ ، ب يعني أن أعضاء الفئة أ تكون أعضاءً في الفئة ب و كل عضو في الفئة أ يحمل خصائص الفئة ب ، فإن وجود عضو واحد من أعضاء الفئة أ لا يكون عضواً في الفئة ب ينتج عن ذلك أن الفئة أ لا تكون متضمنة في الفئة ب ، و أن اختلاف التضمن عن الهوية هو وجود عضو على الأقل في الفئة ب لا يكون عضواً في الفئة أ ، أي أن و جود عضو من الفئة أ لا ينتمي إلي الفئة ب يلزم عن ذلك أن الفئة أ كلها لا تتضمن في الفئة ب أي الفئة أ ليست فئة فرعية من الفئة ب و لابد أن تكون الفئة ب بها عضو زيادة عن أعضاء الفئة أ كي تكون الفئة أ متضمنة في الفئة ب .[3]

و يري كواين ، إذا كانت الفئة الشاملة هي فئة كل شيء Class Of Every Thing ، فإن كل فئة تكون فئة فرعية من الفئة الشاملة ، فأي فئة لابد أن تكون متضمنة في الفئة الشاملة ،[4] و إذا كانت كل فئة لابد أن تكون لها فئة شاملة تحتويها فماذا عن الفئة الشاملة نفسها ، يقول إيتون ، إن كل فئة تكون متضمنة في نفسها ،[5] و فئة فرعية من نفسها مثل أ ⊃ أ ، ب ⊃ ب ،[6] و على ذلك تكون الفئة الشاملة متضمنة في نفسها و فئة فرعية من نفسها أي ١ ⊃ ١ .

و إذا كانت الفئة الفارغة هي فئة اللاشيء Class Of No Thing أي هي الفئة الخالية من الأعضاء و أن كل فئة تحتوي على الأقل عضواً فإن الفئة الفارغة تكون

---

1 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 123

٢ - د/محمود فهمي زيدان ، المرجع السابق، ص ٩٦ .

3 - Langer , op. cit. P. 118

4 - Quine , " Mathematical logic " , P. 185

5 - Eaton , op. cit. P. 430

6 - Reichenbach , " Elements of symbolic logic " , P. 198

متضمنة في كل فئة و يقول ريشنباخ ، أن الفئة الفارغة تكون متضمنة في أي فئة و الفئة المتممة لها أي صفر ⊃ أ ، صفر ⊃ أَ ، [1] بالإضافة إلي أن الفئة الفارغة تكون فئة فرعية لنفسها أي

صفر ⊃ صفر .

و إذا كنا نتحدث عن التضمن و نقول أن الفئة أ متضمنة في الفئة ب ، فإن عنايتنا تكون منصبة على الأفراد بأن جميع أعضاء الفئة أ ، أعضاء في الفئة ب أيضاً بصرف النظر عن الاتجاه العكسي لهذه العلاقة ، فلا أهمية لنا في معرفة ما إذا كان أعضاء الفئة ب أعضاء في الفئة أ أم لا . [2]

و نستطيع التعبير عن التضمن عن طريق اللزوم و ذلك عن طريق دوال القضايا .

(س) (س ط . ⊂ . س هـ) ≡ (س) (س ∈ فَ (ف ط) ⊂ س ∈ فَ (ف ط)

≡ (س) س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ب

≡ أ ⊃ ب . [3]

و إذا كان التضمن علاقة أساسية بالنسبة لمنطق الفئات و أن المنطق الأرسطي كله منطق فئات ، فما قيمة التضمن في المنطق الأرسطي ؟ يقول بلانشي المنطق الأرسطي بأسره يقوم على علاقة التضمن للفئات و يظهر من خلال التسميات المميزة للحد الأكبر و الحد الأصغر و الحد الأوسط . [4]

و على ذلك يكون التضمن بالنسبة للمنطق الأرسطي علاقة أساسية لأننا نجد أرسطو قام ببناء نسقه المنطقي على أساس التضمن بين الفئات ففي نظرية القياس نجد الحد الأصغر يكون متضمناً في الحد الأوسط و الحد الأكبر و أن الحد الأوسط يكون متضمنا في الحد الأكبر و كذلك بالنسبة للحدود نجد أن النوع متضمن في الجنس و الجنس متضمن في جنس الإجناس ، و أيضاً الحد الجزئي متضمن في الحد الكلي و كذلك بالنسبة للقضية الكلية الموجبة عند أرسطو الموضوع متضمن في المحمول ، و أرسطو نفسه يؤكد على التضمن كعلاقة أساسية بين الفئات ، بقوله ، " النوع إذا يحوي الأشخاص و

---

1 - Ibid. P. 198

٢ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٤ .

٣ - نفس المرجع و الصفحة .

٤ - بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٥١ .

الجنس يحوي النوع لأن الجنس كل ما و الشخص جزء و النوع كل و جزء " ، [1] و على الرغم من أن أرسطو أشار إلي مبدأ الهوية بين الفئات إلا أنه لم يعتمد عليه في بناء نسقه المنطقي ، ولم يفسح المجال أمام مبدأ الهوية ليشارك في بناء نسقه المنطقي ، و السبب في ذلك أن النسق المنطقي الارسطي نفسه ليس في حاجة إلي الهوية و مع ذلك يكون أرسطو الواضع الحقيقي لمبدأ الهوية و ليس من إبداع المناطقة المحدثين .

ثالثاً : التضمن و التضمن الأصيل

القول بأن كل عضو من أعضاء الفئة الأولى يحمل خصائص الفئة الثانية و ينتمى إليها و لا يوجد عضو واحد في الفئة الأولي لا يحمل خصائص الفئة الثانية و ينتمى إليها فالفئة الأولي في هذه الحالة تكون متضمنة في الفئة الثانية .

و الصيغة أ ⊂ ب تعني بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب أو الفئة أ تكون جزء من الفئة ب أو الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب ، و الفئة أ تكون جزء من الفئة ب و فقط كل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة ب ، [2] .

ويرى تارسكي أنه عندما نقول الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب ، فإننا لا نقصد من ذلك استبعاد إمكان أن تكون الفئة ب أيضاً فئة فرعية من الفئة أ ، فمن الممكن أن تكون كل من الفئتين أ ، ب فئة فرعية للفئة الأخرى وبذلك تشترك الفئتان في الأعضاء التي تندرج تحت كلٍ منهما وفي هذه الحالة تكون هناك هوية بين الفئة أ والفئة ب .[3]

و إذا كان التضمن يقوم بين فئة و فئة أخرى فرعية منها بمعنى احتواء أي فئة لفئة أخرى أقل منها في الأعضاء ، لذا فالصيغة أ ⊂ ب تعني أن الفئة ب تحتوي الفئة أ وتزيد عنها على الأقل بعضو و أن كل أعضاء الفئة أ ، أعضاءً في الفئة ب ، ولا يوجد عضو من أعضاء الفئة أ خارج نطاق الفئة ب ، و هذا لا يمنع أن يكون التضمن قائماً بين فئة و فئة أخرى لهما نفس الأعضاء و يكون التضمن في هذه الحالة تضمناً متبادلاً Inclusion Mutual فإذا كان التضمن متبادلاً ، فانه يصبح تساوي فالفئة أ تكون

---

١ - أرسطو ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي، جـ٣ ، ص ١٠٧١.

2 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 159

٣ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١١ .

* انظر أيضاً : د/ ذكي نجيب محمود ، " المنطق الوضعي " ، الجزء الأول ، ص ١٩٤ .

مساوية للفئة ب إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب و الفئة ب متضمنة في الفئة أ ، أي إذا كانت أفراد **Individuals** كل فئة هي أفراد الفئة الأخرى .[١]

و عندما تكون العلاقة بين الفئة أ و الفئة ب علاقة تضمن متبادل ، فالفئة أ و الفئة ب يكون لهما نفس الأعضاء و تكون علاقة هوية بين الفئة أ والفئة ب ، [٢] و في حالة و جود عضو واحد من الفئة أ لا ينتمي إلي ب فالفئة أ كلها تكون غير متضمنة **Not Included** في الفئة ب أي الفئة أ ليست فئة فرعية من الفئة ب ، و هذا يعني أنه لابد أن يكون في الفئة ب عضو زيادة على الأقل عن أعضاء الفئة أ كي تكون الفئة أ متضمنة في الفئة ب . [٣]

و يري تارسكي ، إذا لم توجد هوية بين الفئات أي إذا كان كل عضو في الفئة أ هو عضو في الفئة ب ، بينما لم يكن كل عضو من أعضاء الفئة ب هو عضو في الفئة أ سميت في هذه الحالة الفئة أ الفئة الفرعية الأصلية المتعلقة بالفئة ب أو بأنها جزء من الفئة ب ، كما يقال أن الفئة ب تشتمل على الفئة أ على أنها فئة فرعية أو على أنها جزء منها ، [٤] لذا نجد تارسكى يقرر في حالة عدم وجود هوية بين الفئات و إن كل عضو من أعضاء الفئة ب لا يكون عضواً من أعضاء الفئة أ فإن الفئة أ في هذه الحالة تكون فئة فرعية أصلية من الفئة ب و في هذا الحالة يكون التضمن بين الفئة أ و الفئة ب تضمناً أصيلاً **Proper Inclusion** و ليس تضمناً متبادلاً بين الفئتين ، و يؤكد هذا المعنى روسير بقوله ، أن الصيغة أ ⊂ ب تعني أن الفئة أ فئة فرعية أصلية **Proper Subclass** من الفئة ب ، [٥] و على ذلك نجد روسير يقرر بأن الرمز " ⊂ " يشير إلي التضمن الأصيل بين الفئات .

و في حالة و جود هوية بين الفئة أ و الفئة ب أي أعضاء الفئة أ هي نفسها أعضاء الفئة ب ولا توجد أعضاء زيادة في الفئة ب عن أعضاء الفئة أ تكون علاقة عكسية **Converse** و في نفس الوقت الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب و الفئة ب

---

1 - Feys , and Fitch , op. cit. P. 94

* Suppes , P, " Introduction to logic " , van nostrand company , INC , London , 1959 , P. 182 انظر أيضا

2 - Ibid. P. 182

3 - Langer , op. cit. P. 118

٤ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٢ .

5 - Rosser , op. cit. P. 234

متضمنة في الفئة أ و يسمى التضمن العكسي أو المتبادل ، [1] و يؤكد روسير هذا المعنى بقوله الصيغة أ ⊇ ب تعني أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب و الفئة ب متضمنة في الفئة أ أو الفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة ب . [2]

لذلك يقترح بعض المناطقة التمييز بين التضمن و التضمن الأصيل ، [3] أي بين التضمن القائم على العلاقة العكسية بين فئتين و التي تقرر بأن كل فئة تكون متضمنة في الأخرى ولا توجد أعضاء زيادة في أي من الفئتين عن أعضاء الفئة الأخرى و بين التضمن الأصيل الذي يقرر بأن الفئة أ تكون فئة فرعية أصلية من الفئة ب و أن الفئة ب بها على الأقل عضو زيادة عن أعضاء الفئة أ ولا يكون التضمن في هذه الحالة تضمناً متبادلاً .

و للتفرقة بين التضمن و التضمن الأصيل نجد سوبيس في كتابه مقدمة في المنطق ، يقول الرمز" ⊇ " يشير إلي التضمن القائم على العلاقة العكسية أو التضمن المتبادل بين الفئتين ،[4] و هذا يعني أن سوبيس يقرر بأن الرمز " ⊇ " يشير إلي علاقة التضمن القائم على الهوية بين فئتين و لا توجد أعضاء زيادة في أي من الفئتين و كل فئة تكون فئة فرعية من الفئة الأخرى و هذا الرمز أقربه بعض المناطقة و خصوصاً روسير ليشير إلي التضمن العكسي .

وتعني الصيغة أ ⊃ ب أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب و لكن الفئة ب لا تكون متضمنة في الفئة أ ، و ذلك أن الرمز " ⊃ " يعبر عن أن الفئة أ تكون متضمنة تضمناً أصيلاً في الفئة ب أو أن الفئة أ فئة فرعية أصلية من الفئة ب ، و السبب في ذلك أن هناك بعض الأعضاء في الفئة ب التي لا تكون أعضاءً في الفئة أ ، [5] و على ذلك نجد أن الرمز " ⊃ " يشير إلي التضمن الأصيل بين الفئات و الذي يعتمد على وجود أعضاء في الفئة الثانية لا تكون أعضاءً في الفئة الأولى في حين أن كل عضو في الفئة الأولى يكون عضواً في الفئة الثانية .

---

1 - T. Grumberg , " **Symbolic logic** " vol , 2 , fenve , edebigat fakultesi , 1970 , P. 194

2 - Rosser , op. cit. P. 234

٣ - د/ محمد مهران ، مقدمة في المنطق الرمزي ، ص ٢٦٣ .

4 - Suppes , op. cit. P. 182

5 - Feys , and Fitch , op. cit. P. 94

انظر أيضا * Suppes , op. cit. P. 182

فإذا كانت أ هي فئة " الإنسان " و ب فئة " حيوان يمشي على قدمين و ليس له ريش " فهنا نجد أن الفئة أ والفئة ب لهما نفس الأعضاء ولا توجد أعضاء زيادة في الفئة ب عن أعضاء الفئة أ ، و نعبر عن ذلك في حالة التضمن على النحو التالي : -

(أ ⊆ ب) . (ب ⊆ أ)

في حين لو كانت أ هي فئة الإنسان و أن ب هي فئة الحيوان ، فإن الفئة ب في هذه الحالة تزيد عن الفئة أ في عدد الأعضاء و أن كل عضو من أعضاء الفئة أ يكون عضواً من أعضاء الفئة ب ، و نستطيع التعبير عن هذا المعنى على النحو التالي :-

(أ ⊂ ب) . ~ (ب ⊂ أ)

ونجد سوبيس يقر بهذا المعنى بقوله :

إذا كانت أ ⊆ ب فإن أ = ب و إذا كانت أ ⊂ ب فإن أ ≠ ب ، [1]

لذا ففي حالة و جود تضمن متبادل بين فئتين أ ، ب فإن الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ هي نفس الأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب أو أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب إذا كانت العلاقة بين الفئتين أ ، ب تضمناً أصيلاً ، فأن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب ، و هذا يؤكده ملتيز مرة أخرى بقوله عندما نقول أن الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب و في نفس الوقت الفئة ب فئة فرعية من الفئة أ تكتب أ ⊆ ب أي الفئة أ و الفئة ب لهما نفس الأعضاء أو أ = ب و في حالة أ ≠ ب تكتب أ ⊂ ب و تعني أن الفئة أ ، فئة فرعية أصلية من الفئة ب . [2]

ويقر كواين بهذه التفرقة بين التضمن و التضمن الأصيل فهو يقرر بأن التضمن القائم على الهوية بين فئتين يكون متماثلاً في حين أن التضمن الأصيل غير متماثل ، حيث يقول ، التضمن يكون علاقة تماثلية أي أ ⊆ ب . ⊂ . ب ⊆ أ ، و لكن التضمن الأصيل علاقة غير تماثلية [3] ،أي أ ⊂ ب . ⊄ . ب ⊂ أ ، فلو قلنا فئة الإنسان متضمنة في الفئة الحيوان فلا يصح القول بأن فئة الحيوان تكون متضمنة في فئة الإنسان ، و ذلك لوجود بعض الأعضاء في فئة الحيوان لا تكون أعضاءً في فئة الإنسان ، في حين لو قلت أن فئة الإنسان متضمنة في فئة " حيوان يمشي على قدمين و ليس له ريش " هذا لا يمنع القول بأن فئة حيوان يمشي على قدمين و بدون ريش متضمنة في فئة الإنسان .

---

1 - Suppes , op. cit. P. 181

2 - Malitz , " Introduction to mathematical logic " . P. 3

3 - Quine , " Mathematical logic ". P. 185

و علاقة التضمـن الأصيل علاقـة متعديـة ، أي أ ⊃ب . ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃جـ ، [١]
فلو قلنا أن فئة الإنسان متضمنة فـي فئـة الحيـوان و أن فئـة الحيـوان متضمنـة فـي فئـة الكائنـات الحية يلزم عن ذلك أن فئـة الإنسـان تكـون متضمنـة فـي فئـة الكائنـات الحيـة ، لـذا تكـون علاقـة التضمن الأصيل علاقة متعدية و غير تماثلية . [٢]

و يضيـف كوايـن ، بـأن علاقـة التضمـن القـائم علـى الهويــة " ⊇ " تكـون علاقــة متعدية و تماثلية ، حيث يقول أن علاقة التضمن" ⊇ " تكون علاقة متعدية و تماثلية بحيث

أ ⊇ ب . ب ⊇ جـ . ⊂ . أ ⊇ جـ . [٣]

و على ذلك نستطيع القول بأن التضمن الأصيل علاقة متعدية و غـير تماثليـة ، فـي حين أن التضمن " ⊇ " يكون علاقة متعدية و تماثلية .

وثمة فارق أخر بين التضمــن و التضمـن الأصيـل يقـر بـه الدكتـور محمـد مـهران و ذلك بقوله ، يمكننا أن نتبين أن الفئة في حالـة التضمـن تكـون دائمـاً فئـة فرعيـة لنفسـها إذا أن أ = أ دائمـا و لكـن فـي حالـة التضمـن الأصيـل يسـتحيل أن تكـون الفئــة فئــة فرعيــة لنفسها إذ أنه لا يمكن أن يكون هناك عضو في أ لا يكون عضواً في ب . [٤]

و مع ذلك هل المنطق الأرسطي و الذي يعد منطق فئـات و القـائم علـى التضمـن بين الفئـات ، وضـع فـي اعتبـاره مـن خـلال بنـاء نسـقه المنطقـي التضمـن الأصيــل أم التضمــن المتبـادل ؟ فـي الحقيقـة أن أرسـطو مـن خـلال بنائـه لنســقه المنطقـي اقتصـر فقـط علــى التضمن الأصيـل و لـم يفسـح المجـال للتضمـن المتبـادل ليشـارك فـي بنـاء نسـقه المنطقـي و السـبب فـي ذلـك أن النسـق المنطقـي الأرسـطي لا يكـون فـي حاجـة إلـي التضمـن المتبــادل ، فبالنظر فــي النظريـات المنطقيـة الأرسـطية و خصوصـا نظريتـه فـي القيـاس نجـد أن العلاقـة بين الحدود التي يتكون منها القياس هــي علاقـة تضمـن أصيـل و أن القضيــة الكليـة الموجبـة توجب علاقة التضمن الأصيل بين الموضوع و المحمول ، و كذلك الحد الجزئي يكون متضمناً في الحـد الكلـي تضمنـا أصيـلا و أيضـاً الحـد الموجـب و الحـد السـالب و علاقتـهما بالجنس يكون تضمناً أصيلاً و على ذلك نستطيع أن نقرر بأن أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي وضع في اعتباره التضمن الأصيل و ليس التضمن القائم على الهوية بين الفئات .

---

1 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 161
2 - Ibid. P. 161
3 - **Quine** , " **Set theory and its logic** " , P. 83
٤ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٣ .

و نستطيع أن نوضح الفرق بين التضمن و التضمن الأصيل عن طريق الاستدلالات التالية :-

إذا كانت أ ⊇ ب . ب ⊇ جـ . ⊂ . أ ⊇ جـ

إذا كانت أ ⊃ ب . ب ⊇ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ.[1]

فالاستدلال الأول يوضح بأن التضمن يكون علاقة متعدية و الاستدلال الثاني يقرر بأن التضمن الأصيل يكون علاقة متعدية أيضا .

(أ ، ب) أ ⊇ ب . ⊂ . ب ⊇ أ

(أ ، ب) أ ⊃ ب ≡ أ ⊃ ب . ~ (ب ⊃ أ) [2]

فإذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً متبادلاً يلزم عن ذلك إن الفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ تضمناً متبادلاً ، و إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً أصيلاً هذا يكافئ أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب و الفئة ب لا تكون متضمنة في الفئة أ .

أ ⊃ ب . ب ⊇ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ [3]

و هذا يعني إذا كانت الفئة أ متضمنة تضمناً أصيلاً في الفئة ب ، و الفئة ب متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة جـ يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة جـ تضمناً أصيلاً .

(أ ، ب) أ ⊇ ب ≡ أ ∩ ب = أ

(أ ، ب) أ ⊇ بَ ≡ أ ∩ ب = صفر

(أ ، ب) أ ⊇ ب ≡ أ ∪ ب = ب

(أ ، ب) أ ⊇ ب ≡ أ ∪ ب = أ [4]

وهذا يعني في حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب فإن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ و الفئة ب يكون الفئة أ ، وفي حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة المتممة بَ فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ و الفئة ب تكون في هوية مع الفئة الفارغة ، و في حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب فإن الفئة الناتجة عن حاصل جمع

---

1 - Suppes , op. cit. P. 182

2 - Rosser , op. cit. P. 236

3 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 84

4 - Rosser , op. cit. P. 234

الفئة أ و الفئة ب تكون في هوية مع الفئة ب ، و في حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب فإن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ و الفئة ب تكون في هوية الفئة الشاملة .

(أ ، ب) أ ⊇ ب ≡ بَ ⊇ أَ [١]

و إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب يكافئ أن الفئة المتممة بَ تكون متضمنة في الفئة المتممة أَ .

أ ⊃ ب ≡ أ ⊃ ب . أ ≠ ب [٢]

و إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً أصيلاً يكافئ بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب تضمناً أصيلاً و الفئة أ لا تكون في هوية مع الفئة ب .

و على ذلك فالفئة الفارغة تكون متضمنة في أي فئة تضمناً أصيلاً ، أما الفئة ذات العضو الواحد تكون متضمنة في أي فئة كلية تضمنا أصيلاً ، أما الفئة المتممة لأي فئة وجودية تكون متضمنة في الفئة الشاملة تضمناً أصيلاً وفي حالة أن الفئة المتممة تكون متممة للفئة الشاملة أي إنها فئة فارغة تكون أيضاً متضمنة في أي فئة تضمناً أصيلاً ، وبالنسبة للفئة المشتركة تكون بالتأكيد متضمنة في الفئة الشاملة التي تحتوي الفئتين الناتجة عنهما تضمناً أصيلاً و أن كل فئة من هذه الفئات تكون متضمنة في نفسها تضمناً متبادلاً .

رابعاً : التضمن والإنتماء

الفئة عبارة عن مجموعة من الأعضاء تشترك في خصائص معينة وكل عضو يحمل هذه الخصائص ، وكل فئة تحتويها فئة أكبر منها في عدد الأعضاء وهذه الفئة الأكبر تحتوي على خصائص معينة لا تحتويها الفئة المندرجة تحتها ، لذلك توجد علاقة بين الفئة بفئة فرعية منها وأيضاً توجد علاقة بين العضو والفئة .

فإن الصيغة أ ⊃ ب تعني أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب أي الفئة أ متضمنة في الفئة ب أو الفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة ب إذا كانت جميع أعضاء الفئة أ أعضاءً في الفئة ب ، [٣] فالتضمن لا يكون بين الفئة وأعضائها ولكن يكون بين الفئة

---

1 - Ibid. P. 236

2 - **Slupecki** , and **Borkowski** , op. cit. P. 164

3 - **Reichenbach** , “ **Elements of symbolic logic** “ , P. 198

والفئة الفرعية منها [1] مثال ذلك ، جميع الأفراد الذين ولدوا في الولايات المتحدة أمريكيين ، فالفئة الأولى وهي فئة الأفراد الذين ولدوا في الولايات المتحدة متضمنة في الفئة الثانية وهي فئة الأمريكيين .

وإذا كان التضمن علاقة تنشأ بين فئة وفئة فرعية منها فإن الانتماء علاقة تنشأ بين شئ وفئة أو عضو وفئة ينتمي إليها ، فالتضمن يقوم بين فئة وفئة Class And Class أخرى إنما الانتماء يقوم بين عضو وفئة [2] Member And Class ، فلو قلنا " الأسود حيوانات " تنطوي تحت تضمن فئة في فئة أخرى بينما يصبح الأسد عضواً في فئة الأسود وأيضاً عضواً في فئة الحيوانات في نفس الوقت ، وكذلك لو قلنا " الكلاب حيوانات " هنا تكون علاقة تضمن بين فئة الكلاب وفئة الحيوانات ولكن الكلب يكون عضواً في كل فئة من فئة الكلاب وفئة الحيوانات ،[3] فوجود عضو ينتمي إلى فئتين معاً بحيث لا يوجد عضو من الفئة الأولى خارج عن الفئة الثانية يلزم عن ذلك تضمن ، ووجود تضمن فئة في فئة أخرى يلزم عنه العضو الذي ينتمي إلى الفئة الأولى ينتمي إلى الفئة الثانية ، فعلاقة التضمن يلزم عنها الانتماء وعلاقة انتماء أعضاء الفئة الأولى إلى الفئة الثانية في نفس الوقت يلزم عنه التضمن بين هاتين الفئتين .

إن الانتماء علاقة خاصة بالفئات ولا نجد مثلها في حساب القضايا Calculus of Propositions حيث يقول ، الرمز " ⊃ " يشير إلى تضمن فئة في فئة ولكن الجديد في حساب الفئات The Calculus Of Classes وليس له نظير في حساب القضايا هو ادخال رمز " ∈ " للتدليل على انتماء فرد إلى فئة ، وبذلك تعد علاقة الانتماء خاصة ومقصورة على الفئات ولا يوجد ما يماثلها في حساب القضايا .

ويرى رسل أنه إذا كان س عضواً يحمل خصائص الفئة أ ، فإن العضو س ينتمي إلى الفئة أ ، فعندما نقول " سقراط إنسان " هذه القضية تعبر عن علاقة بين سقراط وبين التصور إنسان أي علاقة بين سقراط والجنس البشري أي بين عضو وفئة ككل وهذا الذي

---

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

2 - Reichenbach , op. Cit. P. 198

3 - Ibid. P. 198

نعبر عنه بقولنا " سقراط ينتمي إلى belong to الجنس البشري [1] ، وهذا يعني عندما يوجد فرد يحمل خواص فئة معينة فهذا الفرد يكون عضوا في هذه الفئة وتكون العلاقة بين العضو والفئة علاقة انتماء

ولا يوجد اختلاف في قراءة الصيغة س ∈ أ بأن س عضو في الفئة أ أو س يحمل خصائص الفئة أ فالمعنى في كلتا الحالتين واحد لأن قولنا س عضو من أعضاء الفئة أ هو نفس المعنى عندما نقول بأن س يحمل خصائص الفئة أ ، فقولنا في قراءة الصيغة س∈ أ بأن س يكون عضواً في الفئة أ أو س يحتوي خصائص الفئة أ يكون معنى واحد ولا يوجد فرق واضح بينهما .[2]

كما يرى كواين أنه لا يوجد اختلاف بين الفئات أو الخواص التي تحتويها تلك الفئات ، فعندما تكون لدينا الصيغة أ ⊂ ب لا نجد فرقاً في قولنا بأن الفئة أ متضمنة في الفئة ب أو الفئة أ تحتوي خصائص الفئة ب ، حيث يقول ، لا يوجد اختلاف بين الفئات والخصائص التي تحتويها تلك الفئات فوجود الخصائص يستلزم وجود الموضوعات التي تحتوي هذه الخصائص ، [3] وهذا يعني إننا لكي نقرر وجود خصائص للفئة لابد أن يكون للفئة أعضاء تحمل هذه الخصائص لذلك عندما نقول الفئة أ متضمنة في الفئة ب هذا القول لا يختلف كثيراً عن قولنا بأن الفئة أ تحمل خصائص الفئة ب ، فالتضمن بين فئتين يقر بأن كل عضو من أعضاء الفئة الأولى يحمل خصائص الفئة الثانية بجانب خصائص الفئة الأولى .

وعادة ما يعبر عن الانتماء بالصيغة س ∈ أ وتعني بأن س عضو في الفئة أ أو س يحمل خصائص الفئة أ ، [4] وعندما س لا يكون عضواً في الفئة أ يكتب س ∉ أ ، [5] وتقرأ أن س ليس عضواً في الفئة أ أو س لا يحمل خصائص الفئة أ .

والنفي بالنسبة للتضمن بين الفئة أ والفئة ب هي أ~ ⊂ ب وتقرأ بأن الفئة أ لا تكون متضمنة في الفئة ب أو الفئة أ ليست فئة فرعية من الفئة ب أو الفئة أ لا

---

١ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٣٩ .

2 - Quine , " Mathematical logic ", P. 120

3 - Ibid. p. 120

4 - Ibid. p. 120

5 - Matitz , op. cit. P. 2

تحمل خصائص الفئة ب ، وليس معنى ذلك أن الفئة أ غير متضمنة في Not Included in أي فئة أخرى ولكن الفئة أ تكون متضمنة في فئة أخرى أكبر منها في الأعضاء طالما كل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة التي تندرج تحتها أو على الأقل تكون متضمنة في نفسها فكل فئة ، فئة فرعية لنفسها أي أ⊃ أ .

وأن النفي لعلاقة انتماء عضو بالنسبة لفئة س ∉ أ ليس معناه أن العضو س لا ينتمي إلى أي فئة ولكن لابد أن يكون عضواً في فئة ما أو على الأقل س نفسه يمثل فئة ذات عضو واحد .

ويرى كواين ، إن الفئة ما هي إلا تصور لأحداث واقعية ملموسة في الواقع والأحداث ما هي إلا أعضاء لفئة ما ، حيث يقول ، يجب أن نلاحظ أن الناس ذوات واقعية أو يجب أن ننظر للأحداث كموضوعات واقعية وتفسر الناس كفئات لأحداث .[١]

أن التفرقة بين علاقة التضمن القائمة بين فئة وفئة أخرى فرعية منها وعلاقة الانتماء القائمة بين عضو وفئة أمر هام من الناحية المنطقية ، ذلك فيجب أن نميز بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء لأن الخلط بينهما يؤدي إلى نوع من التناقضات يسمى أغاليط Type Fallacies فالحالة التي تكون فيها الصيغة أ ⊃ ب صادقة قد تصدق فيها أ ∈ ب وقد لا تصدق ،[٢] ويؤكد كواين هذا المعنى بقوله ، فئة القطط تكون متضمنة في فئة الحيوانات ولكن لا تكون عضواً فيها لأن كل قط حيوان ولكن فئة القطط لا تكون حيواناً .[٣]

كذلك لو قلنا " الكلاب حيوانات " هنا نجد أن فئة الكلاب تكون متضمنة في فئة الحيوانات أي أ ⊃ ب ولكن فئة الكلاب لا تكون عضواً في فئة الحيوانات أي أ ∉ ب لأن كل كلب يكون حيواناً ولكن فئة الكلاب لا تكون حيواناً ، لذا في حالة صدق علاقة التضمن بين الفئة أ والفئة ب فإن علاقة الانتماء بين الفئة أ والفئة ب تكون كاذبة ، والسبب في ذلك إننا لا نستطيع أن نعتبر الفئة عضواً في الوقت نفسه .

---

1 - Quine , " Mathematical logic " , P. 122

2 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P.225

3 - Quine , " Mathematical logic" , P. 185

أما الحالة الثانية والتي أقربها كواين ، وهي عندما تصدق علاقة الانتماء بين أ ، ب فإن علاقة التضمن بين أ ، ب لا يلزم أن تكون صادقة، فيرى الحالة التي تصدق فيها الصيغة أ ∈ ب قد تكون فيها الصيغة أ ⊂ ب صادقة ، [١] فالقول بأن قريش قبيلة عربية يدل على أن قريش مأخوذة كوحدة واحدة عضو في فئة القبائل العربية ولكنها ليست متضمنة في القبائل العربية لأننا لا نستطيع أن نقول كل فرد فيها إنه قبيلة عربية ، [٢] وكذلك لو قلنا مصر دولة عربية أي مصر عضو من أعضاء فئة الدول العربية ، إلا أن مصر لا تكون متضمنة في فئة الدول العربية لأننا لا نستطيع القول كل فرد في مصر يمثل عضو في فئة الدول العربية ، وعلى ذلك الحالة التي تصدق فيها العلاقة أ ∈ ب لابد أن تكذب فيها العلاقة أ ⊂ ب لأن في حالة صدق الصيغة أ ⊂ ب في الوقت التي تصدق فيه الصيغة أ ∈ ب تكون أ عضواً وفئة في نفس الوقت وهذا مستحيل.

ويرى رسل أن الفضل يرجع إلى بيانو في التمييز بين التضمن والانتماء ، ورسل يرى أن الفرق بين التضمن والانتماء كالفرق بين علاقة النوع بالجنس وعلاقة الفرد بالنوع في المنطق الأرسطي وليس معنى ذلك أن أرسطو فرق بين التضمن والانتماء ولكن مفهوم التضمن ومفهوم الانتماء رجع به رسل إلى المنطق الأرسطي ، حيث يقول ، يرجع الفضل في التمييز بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء الذي أصر على التمييز بينهما وهو بيانو والفرق بينهما كالفرق بين علاقة الفرد بالنوع وعلاقة النوع بالجنس أو كالفرق بين علاقة سقراط لفئة الإغريق وعلاقة الإغريق بفئة الناس ، [٣] فإذا كان النوع يعبر عن فئة والجنس يعبر أيضاً عن فئة ، فإن العلاقة بين النوع والجنس هي علاقة تضمن وإذا كان النوع يحتوي على مجموعة من الأعضاء فالعلاقة بين كل عضو بالنوع ما هي إلا علاقة إنتماء ، وبذلك يكون أرسطو قد وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالانتماء مع أنه لم يفرق بين العلاقتين لأنه لا يعتمد على الانتماء في بناء نسقه المنطقي وإنما اقتصر على التضمن .

وعلى ذلك تكون العلاقة بين الفرد بالنوع والفرد بالجنس هي علاقة إنتماء ، فيرى أرسطو في ذلك أن النوع يحمل على الشخص والجنس يحمل على النوع وعلى الشخص ، والنوع الذي هو نوع فقط يحمل على جميع الأشخاص ، [٤] وهذا يعني أن

---

1 - Ibid. p. 185

٢ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦١ .

٣ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٣ .

٤ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٣، ص ١٠٧٠ .

علاقة التضمن موجودة في المنطق الأرسطي وأنها علاقة أساسية في بناء النسق المنطقي وأيضاً علاقة الانتماء موجودة في المنطق الأرسطي وتظهر بوضوح من خلال العلاقة بين النوع والفرد أو الجنس والفرد ، لأن هي علاقة بين العضو والفئة الذي ينتمي إليها ، والذي جعل أرسطو لم يفرق بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء هو أن النسق المنطقي الأرسطي لا يكون في حاجة إلى علاقة الانتماء وأن أرسطو اعتمد على الكليات وليس الجزئيات في بناء نسقه المنطقي وبذلك يكون أرسطو قد أقر بعلاقة الانتماء بجانب علاقة التضمن .

والفرق الأساسي بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء ، أن التضمن علاقة متعدية ، فإذا كانت أ ⊃ ب ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ ، [1]

ويؤكد هذا المعنى ألكسندر بقوله فلو كانت فئة القطط متضمنة في فئة الثدييات وفئة الثدييات متضمنة في فئة الفقريات يلزم عن ذلك أن فئة القطط تكون متضمنة في فئة الفقريات ، لذا إذا كانت الفئة الأولى متضمنة في الفئة الثانية والفئة الثانية متضمنة في الفئة الثالثة يلزم عن ذلك أن الفئة الأولى تكون متضمنة في الفئة الثالثة .[2]

وإذا كان التضمن علاقة متعدية ، فإنه ليس علاقة تماثلية ، وهذا يعني إذا كان أ ⊃ ب لا يلزم عن ذلك أن ب ⊃ أ .[3]

وكان لكوبي في هذا رأي آخر ، حيث يرى أن التضمن علاقة متعدية وتماثلية في نفس الوقت ، حيث يقول في كتابة مقدمة في المنطق ، علاقة التضمن علاقة متعدية وتماثلية فإذا كانت أ ⊃ ب إذن بَ ⊃ أَ ، [4] نعم إن التضمن علاقة متعدية ولكنه ليس علاقة تماثلية وأن كوبي عندما ضرب لنا مثالا ليبرر ، موقفه بأن التضمن علاقة تماثلية فإنه لم يدرك العلاقة بين أي فئة والفئة المتممة لها فإن الفئة أ تختلف عن الفئة أَ ، ففي الحالة الأولى أ ⊃ ب التضمن قائم بين أ ، ب وفي الحالة الثانية بَ ⊃ أَ التضمن قائم بين أَ ، بَ ، وعلى ذلك يكون التضمن علاقة غير تماثلية والحالة الوحيدة التي يكون فيها التضمن علاقة تماثلية إذا كانت الفئة أ في هوية مع الفئة ب أي أن :

---

1 - Basson , and O'conner , " Introduction to symbolic logic " . P. 153
2 - Alexander , op. cit. P. 164
3 - Ibid. P. 163
4 - Copi , " symbolic logic " , P. 339

أ = ب ≡ أ ⊂ ب . ب ⊂ أ .

وبالنسبة للانتماء يقرر كل من بيسون وأكونر بأن الانتماء علاقة غير متعدية ، وذلك بقولهما ، علاقة الانتماء لا تكون علاقة متعدية فإذا كان جون عضوا من بريطانيا وبريطانيا عضوا في الولايات المتحدة لا يكون جون بالتالي عضوا في الولايات المتحدة لأن بريطانيا دولة وليست فرد ، [1] وكذلك إذا كان حسن من مصر وكانت مصر عضوا في منظمة الأمم المتحدة فلا ينتج عن ذلك أن حسن عضو في منظمة الأمم المتحدة لأن الدول وحدها أعضاء في منظمة الأمم المتحدة وليس الأفراد .

كما يرى ألكسندر ، أن الانتماء علاقة تماثلية أي أن ، إذا كان الانتماء علاقة غير متعدية فهي أيضا غير تماثلية ، فإذا كان جون يعيش في برستول فإن جون عضو في فئة الأفراد الذين يعيشون في برستول ولكن فئة الذين يعيشون في برستول لا تكون عضوا في جون ، [2] وأيضا إذا كان سقراط عضوا في فئة الإنسان ، فإن فئة الإنسان لا تكون عضوا في سقراط .

ويرى كواين ، إذا كان س عضوا في الفئة أ ، فإن س لا يكون في هوية مع أ وإذا كان أ لا يمثل فئة فإن س يكون في هوية مع أ ، ففي حالة س يكون عضوا في أ أي له خصائص أ سواء أ فئة وليس فئة فإذا كان أ لا يمثل فئة فإن :

(س) (س ∈ أ) ≡ س = أ

وإذا كان أ يمثل فئة فإن : ~ (س) (س ∈ أ) ≡ س = أ

أو (س) (س ∈ أ) ≡ س ≠ أ . [3]

بمعنى إذا كان س عضوا في أ أي يحمل خصائص أ ففي حالة أ يمثل فئة فإن س لا تكون في هوية مع أ وفي حالة أ يمثل عضوا فإن س يكون في هوية مع أ ، أي كل من أ ، س يحملان نفس الخصائص .

---

1 - **Basson** , and **O'connor** , op , cit , P. 153

* **Suppes**, op. cit. P. 178

* انظر أيضا

* رسل ، أصول الرياضيات ، الجزء الأول ، ص ٥٢ .

2 - **Alexander** , op. cit. P. 164

3 - **Quine** , " **Mathematical logic** " , P. 123

وإذا كان س ، ص عضوين بينهما هوية فإنهما يندرجان تحت فئة واحدة وإذا كان أ ب فئتين بينهما هوية فإن كل عضو يندرج تحت الفئة أ يندرج أيضاً تحت الفئة ب والعكس صحيح ، حيث يقول كواين ، إذا كان س = ص وهما عضوان ينتج عن ذلك :

$$(\text{س} \in \text{أ}) \equiv (\text{ص} \in \text{أ})$$

وإذا كان أ ، ب فئتين (س ، ص) عضوين وأن أ = ب فإن :

$$(\text{س})(\text{س} \in \text{أ}) \equiv (\text{س} \in \text{ب}) .$$ [1]

كما نجد كلٍ من سلوبسكي وبوركوسكي ، يقران بوجود هوية بين الأفراد وذلك في حالة أن جميع الأفراد يكونون أعضاءً لفئة ما أو ليس أعضاءً لفئة ما وذلك بقولهما

$$(\text{س})(\text{س} \in \text{أ}) \equiv \text{ص} \in \text{أ} . \supset . \text{س} = \text{ص}$$

$$\text{س} = \text{ص} \equiv (\text{س} \in \text{أ} \equiv \text{ص} \in \text{أ}$$

وهذا يعني أن الفردين س ، ص يكونان في هوية وفقط في حالة إما كلاهما يكونان أو لا يكونان أعضاءً للفئة وتعرف باسم هوية الأفراد [2] ، Identity Of Individuals

وعلى ذلك تكون الهوية بين الأفراد لا تقتصر على أن جميع الأفراد يكونون أعضاء لفئة ما و لكن أيضاً في حالة أن جميع الأفراد لا يكونون أعضاءً لفئة ما ، فلو قلنا :

$$\text{س} = \text{ص} \equiv \text{س} \notin \text{أ} . \text{ص} \notin \text{أ}$$

$$\text{أو س} \notin \text{أ} . \text{ص} \notin \text{أ} . \supset . \text{س} = \text{ص} .$$

و في حالة انتماء العضو س إلى الفئة المتممة أَ فهذا العضو س لا يندرج تحت الفئة أ (أ)َ ، أي أن : $\text{س} \in \bar{\text{أ}} \equiv \text{س} \notin \text{أ}$

ويرى ديمتريو ، في حالة وجود هوية بين الأعضاء يعني أن الخصائص التي يحتويها العضو س هي نفس الخصائص التي يحتويها العضو ص ، حيث يقول ، عندما يكون العضو س في هوية مع العضو ص فإن خصائص س هي نفسها خصائص ص أي

$$\text{س} = \text{ص} . \supset . \simeq^{*} \text{س} \simeq \text{ص} .$$ [3]

---

* ملحوظة : أن الرمز ≃ يشير إلى خصائص الفئة

1 - Ibid. P. 122

2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

3 - Morse ,op. Cit. P. 50

كما نجد روسير يعرض بعض المفاهيم الخاصة بالأعضاء وهي : -

(س) س ∈ ١ ، (س) س~ ∈ صفر

(أ) (س) (س ∈ أ َ) ≡ أ = ١ ، (أ) (س) س ~ ∈ أ = صفر ، [١]

وهذا يعني أن أي فرد لابد أن يكون عضوا في الفئة الشاملة ولا توجد أعضاء في الفئة الفارغة ، وبالنسبة لأي عضو س يكون عضوا في الفئة أ َ فإن أ في هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة وفي حالة الفئة أ لا تحتوي على أعضاء فإن أ في هذه الحالة تعبر عن فئة فارغة

وأيضا (E س) س ∉ أ = أ ≠ ١ ، (أ) (E س) س ∈ أ ≡ أ ≠ صفر.[٢]

وهذا يعني أن في حالة وجود على الأقل عضو س و س لا يكون عضوا في الفئة أ فإن أ لا تعبر عن فئة شاملة وفي حالة وجود عضو على الأقل في الفئة أ وأن س عضو فيها فإن أ في هذه الحالة لا تعبر عن فئة فارغة .

و يحاول ألكسندر الربط بين التضمن والانتماء ، كما يلي :

(أ ⊃ ب) ≡ (س) (س) (أ ∈ س) . ⊂ . (س ∈ ب) [٣]

وهذا يعني عندما تكون الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب ، فإن كل عضو س يكون عضوا في الفئة أ ، يلزم عن ذلك بأنه يكون عضوا في الفئة ب .

وإذا كان التضمن علاقة بين فئة وفئة فرعية منها وأن الانتماء علاقة بين فئة وعضو فما الحال بالنسبة للفئة ذات العضو الواحد هل تنشأ بينها وبين الفئات الكلية علاقة تضمن أم انتماء ، وكذلك العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد وفئة أخرى مثلها ، لذا يقول كواين لابد أن نميز بين الأفراد والفئات ذوات العضو الواحد ، [٤] The Unit Classes
ويحاول روسير حل هذا الأمر فيرى أنه إذا كان س ينتمي إلى الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات

---

1 - Rosser , op. cit. P. 233

2 - Ibid. p. 233

3 - Alexander , op. cit. P. 165

4 - Quine , " Set theory and its logic ". P. 76

عضو واحد { س } فالفئـة ذات العضو الواحد { س } تكـون متضمنـة فـي الفئـة أ .

أي (أ ، { س }) س ∈ أ ≡ { س } ⊃ أ .[1]

وفـي حالـة كـون س ينتمـي إلـى الفئـة ذات العضو الواحـد { ص } وأن الفئـة ذات العضـو الواحـد { ص } تحتـوي عضـواً فقـط وأن س يكـون عضـواً فيـها ففـي هـذه الحالـة يكون العضو س هو نفسه العضو ص أي س يكون في هوية مع ص أي :

س ∈ { ص } ≡ س = ص .[2]

ويـرى لبلانـج أنـه ، إذا كـان س عضـواً فـي الفئـة ذات العضـو الواحـد { ص } وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد { س } ، فإن ص يكـون عضـواً فـي الفئـة ذات العضـو الواحـد { س } حيث يقول ، (س) (ص) س ∈ { ص } ≡ ص ∈ { س } .[3]

بالإضافـة إلـى وجـود هويـة بيـن الفئـة { س } والفئـة { ص } يلـزم عـن ذلـك أن العضو س يكون في هوية مع العضو ص ، حيث يقول لبلانـج :

(س) (ص) { س } = { ص } ≡ س = ص .[4]

كمـا يـرى كوايـن أنـه عندمـا يكـون س عضـوا فـي الفئـة { س } يكـون س ، ص عضوين في الفئتين { س ، ص } ، حيث يقول ، س ∈{ س } =س ، ص ∈{س ، ص } .[5]

وأن الفئـة ذات العضـو الواحـد تكـون متضمنـة دائمـا فـي الفئـة الشـاملة تضمنـا أصيلا أي { س } ⊃ أ أو { س ، ص } ⊃ ١ .[6]

وهنـا نجـد أن الفئـة ذات العضـو الواحـد تكـون متضمنـة فـي أي فئـة مـا عـدا الفئـة الفارغة ، وأي عضو يحمل خصائص فريدة ويمثـل فئـة ذات عضـو واحـد تكـون علاقتـه بـأي فئة وجودية علاقة تضمن وليس علاقة انتماء .

بالإضافة إلى أن علاقة التضمن بيـن ثـلاث فئـات ذوات العضـو الواحـد تكـون علاقـة متعدية أي : { س } ⊇ { ص } . { ص } ⊇ { ع } . ⊂ . { س } ⊇ { ع }

---

1 - Rosser , op. cit. P. 251

2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

3 - Leblang , " **An introduction to deductive logic** " , P. 176

4 - Ibid. P.177

5 - Quine , " Set theory and its logic" , P. 49

6 - Ibid. P. 51

وإن علاقة التضمن بالنسبة للفئات ذوات العضو الواحد تماثلية أي :

{س} ⊇ {ص} ≡ {ص} ⊇ {س} .

أهم المفاهيم القائمة على التضمن

أ ⊃ ب = أ ب = أ .[1]

في حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب فالفئة المشتركة للفئة أ و الفئة ب تكون في هوية مع الفئة أ .

أ ⊃ ب = أ بَ = صفر .[2]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب ، فإن الفئة المشتركة للفئة أ والفئة المتممة بَ تكون في هوية مع الفئة الفارغة .

أ ⊃ ب . ⊂ . بَ ⊃ أَ .[3]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب يلزم عن ذلك أن الفئة المتممة بَ تكون متضمنة في الفئة المتممة أَ .

أ ⊃ ب . ب ⊃ أ . ⊂ . أ = ب .[4]

وفي حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب والفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ يلزم عن ذلك بأن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب .

صفر ⊃ أ .[5]

الفئة الفارغة متضمنة في كل فئة

أ ⊃ ١ .[6]

كل فئة تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

أ ⊃ أَ . ⊂ . أ = صفر [7]

---

1 - **Ambrose** , and **Lazerowitz** , op. cit. P. 314
2 - Ibid. P. 314
3 - Ibid. P. 315
4 - Ibid. P. 315
5 - Ibid. P. 315
6 - Ibid. P. 316
7 - Ibid. P. 316

في حالة الفئـة أ تكـون متضمنـة فـي الفئـة المتممـة أ̄ ، فـإن الفئـة أ تعـبر عـن فئـة فارغة لعدم وجود أعضاء مشتركة بين أي فئة والفئة المتممة لها .

أ̄ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ . [١]

إذا كـانت كـل فئـة متضمنـة فـي الفئـة الشـاملة ، ففـي حالـة الفئـة المتممـة أ̄ تكـون متضمنـة في الفئة أ فإن الفئة أ في هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة .

ب ⊃ أ . ب̄ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ . [٢]

وإذا كانت الفئة الشـاملة تحتـوي كـل فئـة والفئـة المتممـة لـها ، ففـي حالـة الفئـة ب تكون متضمنـة في الفئة أ و الفئـة المتممـة ب̄ متضمنـة أيضـاً فـي الفئـة أ̄ فـإن الفئـة أ فـي هذه الحالة تعبر عن فئة شاملة .

١ ⊃ أ . ⊂ . أ = ١ . [٣]

وإذا كانت كل فئـة متضمنـة فـي الفئـة الشـاملة وأن كـل فئـة ، فئـة فرعيـة لنفسـها ، ففي حالة الفئة الشاملة تكون متضمنة في الفئة أ ، فإن الفئة أ في هـذه الحالـة تعبر عـن فئـة شاملة .

أ ⊃ ب . ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ . [٤]

التضمن علاقة متعدية .

(أ) (ب) أ ب ⊃ أ . [٥]

الفئة المشتركة للفئة أ والفئة ب تكون دائماً متضمنة في الفئة أ .

(أ) (ب) أ ⊃ أ + ب . [٦]

الفئة الناتجة عـن حـاصل جمـع الفئـة أ والفئـة ب تحتـوي الفئـة أ وفـي نفس الوقت الفئة أ تكون فئة فرعية منها .

أ ⊃ ب̄ ≡ ب ⊃ أ̄ . [٧]

---

1 - Ibid. P. 316
2 - Ibid. P. 316
3 - Ibid. P. 316
4 - Ibid. P. 314
5 - **Quine** , " **Mathematical logic,"** , P. 186
6 - Ibid. P. 186
7 - Ibid. P. 186

القول بـأن الفئـة أ متضمنـة فـي الفئـة المتممـة بَ ، يتكافـأ و القـول بـأن الفئـة ب تكون متضمنة في الفئة المتممة أَ .

(أ) (ب) أ ⊃ بَ ≡ أ ب = صفر .[1]

وفي حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئـة المتممـة بَ ، فـإن الفئـة المشـتركة أ ب تعبر عن فئة فارغة .

(أ) (ب) أَ ⊃ ب ≡ أ + ب = ١ .[2]

في حالة الفئـة المتممـة أَ تكـون متضمنـة فـي الفئـة ب ، يتكافـأ بـأن الفئـة النـاتجـة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة الشاملة .

(أ) (ب) (جـ) أ ⊃ ب . ⊂ . أ جـ ⊃ ب جـ .[3]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب يلـزم عـن ذلـك أن الفئـة المشـتركة أ جـ تكـون متضمنة في الفئة المشتركة ب جـ .

(أ) (ب) (جـ) أ ⊃ ب . ⊂ . أ + ب ⊃ ب + جـ .[4]

وإذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب ، يلزم عن ذلـك أن الفئـة النـاتجـة عـن حـاصل الجمـع المنطقـي للفئـة أ والفئـة جـ تكـون متضمنـة فـي الفئـة النـاتجـة عـن حـاصل الجمـع المنطقي للفئة ب والفئة جـ .

أ ⊃ ب جـ ≡ أ ⊃ ب . أ ⊃ جـ[5]

القول بأن الفئة أ متضمنة في الفئة المشتركة للفئـة ب والفئـة جـ يكـافئ القـول بـأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب ومتضمنة في الفئة جـ .

أ + ب ⊃ جـ ≡ أ ⊃ جـ . ب ⊃ جـ .[6]

القول بأن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئـة أ والفئـة ب تكـون متضمنـة في الفئة جـ ، يعنـي أن الفئـة أ تكـون متضمنـة فـي الفئـة جـ و الفئـة ب تكـون متضمنـة فـي الفئة جـ أيضا .

---

1 - Ibid. P. 187
2 - Ibid. P. 187
3 - Ibid. P. 188
4 - Ibid. P. 188
5 - Ibid. P. 188
6 - Ibid. P. 188

أ ⊃ ب ≡ س ∈ أ . ⊂ . س ∈ ب .[1]

القول بأن الفئة أ متضمنة في الفئة ب يعنى بأن كل عضو في الفئة أ يكون عضوا في الفئة ب.

أ ⊃ ب . ⊂ . أ ≠ ب .[2]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً أصيلاً فإن الفئة أ لا تكون في هوية مع الفئة ب

أ ⊇ ب ≡ أ + ب = ب .[3]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً متبادلاً ، يعني أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة ب .

أ ⊇ ب ≡ أَ + ب = ١ .[4]

وأيضا في حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ب تضمنا متبادلا ، يكافئ أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة المتممة أَ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة الشاملة

(أ) (ب) أ ⊇ ب . ⊂ . ب ⊇ أ . ⊂ . ~ (ب ⊃ أ) .[5]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمنا متبادلا يلزم عن ذلك أن الفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ تضمنا متبادلا ولا يلزم عن ذلك أن الفئة ب تكون متضمنة في الفئة أ تضمنا أصيلا .

(أ ، ب ، جـ) أ ⊃ ب . ⊇ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ .[6]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تصمنا أصيلا والفئة ب متضمنة في الفئة جـ تضمنا متبادلا يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة جـ تضمنا أصيلا .

(أ ، ب ، جـ) أ ⊇ ب . ب ⊃ جـ . ⊂ . أ ⊃ جـ .[7]

---

1 - Bochenski , “ Aprecis of Mathematical logic,” P. 56

2 - Rosser , op. cit. P. 234

3 - Ibid. P. 234

4 - Ibid. P. 234

5 - Ibid. P. 236

6 - Ibid. P. 236

7 - Ibid. P. 236

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمناً متبادلاً والفئة ب متضمنة في الفئة جـ تضمناً أصيلاً يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة جـ تضمناً أصيلاً .

١ Sc = ١ .

الفئة الشاملة تكون فئة فرعية لنفسها . [١]

صفر Sc = صفر . [٢]

الفئة الفارغة تكون فئة فرعية لنفسها .

أ Sc ب = ب Sc أ ≡ أ = ب . [٣]

القول بأن الفئة الفرعية أ تكون في هوية مع الفئة الفرعية ب يكافئ أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب .

أ + ب ⊃ جـ ≡ أ ⊃ جـ . ب ⊃ جـ . [٤]

القول بأن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون متضمنة في الفئة جـ ، يعني أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة جـ والفئة ب تكون متضمنة في جـ .

أ ⊃ صفر ≡ أ = صفر . [٥]

إذا كانت الفئة الفارغة خالية من الأعضاء ، ففي حالة الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الفارغة ، يعني أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة الفارغة .

أَ = بَ . ⊂ . أ = ب . [٦]

عندما تكون الفئة المتممة أَ في هوية مع الفئة المتممة بَ يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب .

أ = أ . [٧]

كل فئة تكون في هوية مع نفسها .

أ = ب . ب = أ . [٨]

---

1 - Ibid. P. 236

2 - Ibid. P. 236

3 - Ibid. P. 236

4 - **Quine** , " **Mathematical logic** " P. 188

5 - Ibid. P. 188

6 - **Rosser** , op. cit . P. 232

7 - **Slupecki , and Borkowski** , op. cit. P. 160

8 - Ibid. P. 160

الهوية بين الفئات علاقة تماثلية .

أ = ب . ب = جـ . ⊂ . أ = جـ .[1]

الهوية بين الفئات علاقة متعدية .

أ = ب ≡ (س) (ص) ∈ أ ≡ (س) (ص) ∈ ب .[2]

الهوية بين الفئتين أ ، ب يعني أن الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة أ هي نفس الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة ب .

(أ) (ب) أ = ب ≡ أ ⊃ ب . ب ⊃ أ .[3]

الهوية بين الفئتين أ ، ب يعني التضمن المتبادل بينهما .

س = ص . ⊂ . (س ∈ أ = ص ∈ أ)

س = ص . ⊂ . ≃ س ≡ ≃ ص .[4]

الهوية بين العضوين س ، ص يلزم عنه إنهما عضوان لفئة واحدة وإنهما يحملان نفس الخواص .

س = ص ≡ ص = س

س = ص . ص = ع . ⊂ . س = ع .[5]

الهوية بين الأعضاء علاقة تماثلية ومتعدية في نفس الوقت .

س ∈ {ص} . ⊂ . س = ص . س ∈ ١

س ∈ ١ . ⊂ . س ∈ {س}

س ∈ ١ . ⊂ . س ∈ أ . ⊂ . {س} ⊃ أ .[6]

---

1 - Ibid. P. 160

2 - Quine , " set theory and its logic ", P. 335

3 - Quine , " Mathematical logic " , P. 185

4 - Morse , op. cit. P. 50

5 - Dumitriu , vol , 4. Op. cit. P. 100

6 - Morse , op. cit. P. 51

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوي على عضو واحد فقط ، فعندما يكون س ينتمي إلى الفئة { ص } يلزم عن ذلك س يكون في هوية مع ص وأن س يكون عضوا في الفئة الشاملة ، وعندما يكون س ينتمي إلى الفئة الشاملة يلزم عن ذلك أن س يكون عضوا في الفئة ذات العضو الواحد { س } ، وإذا كان س عضوا في الفئة الشاملة يلزم عن ذلك أن س يكون عضوا في الفئة أ وأيضا أن الفئة { س } تكون متضمنة في الفئة أ.

(أ ، { س }) س ∈ أ ≡ { س } ⊃ أ .[1]

القول بأن س عضو في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد ، يكافئ بأن الفئة ذات العضو الواحد { س } تكون متضمنة في الفئة أ .

(س) (ص) س ∈ { ص } = ص ∈ { س }

(س) (ص) { س } = { ص } ≡ س = ص .[2]

القول بأن س عضو في الفئة { ص } يعني أن ص عضو في الفئة { س } وفي حالة وجود هوية بين الفئة{ س } والفئة{ ص } فإن العضو س يكون في هوية مع العضو ص

1 - Rosser , op. cit. P. 251

2 - Leblang , op. cit. P. 177

الفصل الرابع

حساب الفئات في المنطق الحديث

تمهـــيد:

نناقش في هذا الفصل العمليات المنطقية التي قام عليها حساب الفئات في المنطـق الحديث وهل المنطق الحديث أفسح المجال للفئة ذات العضو الواحد لإجراء هذه العمليـات عليها مثلها مثل الفئات الأخرى؟ وهل كان لأرسطو دور في وضع جذور لهذه العمليـات أم إنها من إبداع المناطقة المحدثين؟

كما نناقش التفرقة بين الفصل القوي والفصل الضعيف وذلك من خـلال دراسـة لعملية الضرب المنطقي وعملية الجمع المنطقي، كما نناقش المبادئ التي يقـوم عليـها حساب الفئات في المنطق الحديث؟ وهل لهذه العمليات والمبادئ ما يماثلها فـي حسـاب القضايا؟

أولا : عملية الضرب المنطقي:

لو أخذنا الفئة الشاملة وهي فئة الموجودات الإنسانية وهذه الفئة تحتوي علـى فئتين فرعيتين فئة "الناس ذات العيون الزرقاء" وفئة "الناس ذات الشعر الأسـود" فالفئـة التي تحتوي على كل الناس ذات العيون الزرقاء والشعر الأسود تسـمى نـاتج الضـرب المنطقي[1]، لذا تكون الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي الفئة التـي تحتـوي على جميع الأعضاء المشتركة بين الفئات الناتجة عنها هذه الفئة.

فوجود ضرب منطقي **Logical Product** بين فئتين يتوقف على وجود أعضاء مشتركة بينهما، فيوجد ضرب منطقي بين الفئة أ والفئة ب إذا وجد أعضاء مشـتركة **common members** بين الفئة أ والفئة ب[2].

فالتقاطع بين فئتين أو أكثر يسمى الضرب المنطقي والتقاطع يعني وجود أعضـاء مشتركة بين الفئات المراد إجراء عملية الضرب المنطقي عليها وهذه الأعضاء المشـتركة تحمل خصائص جميع الفئات في نفس الوقت، فيكون التقاطع بين فئتين أ، ب الذي يقـوم على الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب يمثل الضرب المنطقي[3]، فلو قلنـا أ فئـة الطلاب وب فئة الأساتذة فالفئة التي تحتوي جميع الطلاب الأساتذة في نفس الوقت تمثـل

(1) Basson, and O'Connor, " Introduction to symbolic logic " , P. 154.

(2) Whitehead, and Russell, " Principia Mathematica ". P. 302.

(3) Carney, and Scheer, " " Fundamentals of logic " P. 274.

الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي وهذه الفئة تحتوي جميع الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب.

ويرمز لعملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب بالصيغة أ × ب ويشير إلى الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب أو التقاطع بينهما أو يشير إلى الفئة المشتركة التي تحتوي جميع الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب ،بالصيغة أ × ب وتمثل الاشتراك أو التقاطع لـ أ، ب أو الفئة التي تحتوي جميع الأشياء التي تكون أعضاءً في الفئة أ وأعضاءً في الفئة ب في نفس الوقت(1)، فإذا كانت الفئة أ =(س، ص، ع) والفئة ب =(ص، ع) إذن عميلة الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب أي أ × ب = (ص ع) (2)، لذا تكون الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب تعبر عن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي.

وأحياناً يرمز لعملية الضرب المنطقي بالرمز ($\cap$) وهو يعني العطف أو الربط بين الفئات لعمل فئات جديدة، فعملية الضرب أو العطف أو الربط ($\cap$) تكون عملية ربط الفئات لعمل فئات جديدة(3)، فالفئة أ$\cap$ ب تسمى الفئة الناتجة عن عملية ضرب أو عطف أو ربط الفئتين أ$\cap$ ب.

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق الانتماء فكل عضو ينتمي إلى الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي أ × ب يكون عضوا في الفئة أ وعضوا في الفئة ب، فإذا كانت أ × ب فئة السياسيين الأمريكيين، فالقول بأن

س$\in$ أ × ب $\equiv$ س $\in$ أ. س $\in$ ب(4).

وإذا كنا نعبر عن عملية الضرب المنطقي بمتغيرات فإن هذه المتغيرات تعبر عن فئات وليست أفراد وإن العلاقة بين هذه المتغيرات هي علاقة بين فئات وليست علاقة بين أفراد وفئات، أي أن جميع النظريات في عملية الضرب تحتوي فقط متغيرات تمثل

---

(1)Lewis, and Langford, " Symbolic logic " P. 28.

(2)Grumberg, " Symbolic logic " P. 192.

(3)Quine, "Mathematical logic",. P. 180.

(4)Ibid, P. 180.

انظر أيضا في ذلك: Malitz, " Introduction to mathematical logic " . P. 4

فئات وليست متغيرات تمثل أفراد، نستنتج أن النظريات لا تحتوي رمز الانتماء (∈) بينما تحتوي رموز عمليات الفئات ورموز علاقات بين الفئات[1].

ومن السهل أن نرى الفئة أ × ب تحتوي عضوا واحدا فقط one only memberينتمي إلى الفئة أ والفئة ب[2].

وينظر جورج بول إلى عملية الضرب المنطقي على إنها عملية فرز الأعضاء التي تكون في الفئة أ وفي نفس الوقت تكون في الفئة ب أي الأعضاء التي تحمل خصائص الفئة أ وخصائص الفئة ب وحصر restrection هذه الأعضاء لعمل فئة جديدة تسمى الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي [3]، و يستخدم بول علامة الضوب للدلالة على أن الفئتين المضروبتين تؤلفان فئة واحدة جديدة، تضم الأشياء التي تنتمي إلى كلتا الفئتين معا، فإذا رمزنا لفئة العلماء بالرمز "أ" ورمزنا إلى فئة المتواضعين أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء[4].

وإذا عبرنا عن عميلة الضرب المنطقي عن طريق الانتماء نجد أن:

س ∈ أ ب ≡ س ∈ أ ∩ س ∈ ب

س ∈ أ ب ≡ س ∈ أ ∩ س ∉ ب

إننا نرى هذه الأعضاء التي تنتمي إلى تقاطع intersection فئتين إن هذه الأعضاء تنتمي إلى الفئتين معا، وأن الأعضاء التي تنتمي إلى اختلاف الفئتين التي تنتمي إلى الفئة أ، فإن هذه الأعضاء لا تنتمي إلى الفئة ب[5]، أي في حالة وجود أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة ب، فإن الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة أ بَ لا تنتمي إلى الفئة أ ب، وكذلك في حالة وجود أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة ب، فإن الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة ب أَ لا تنتمي إلى الفئة أ ب.

---

(1) Slupecki, and Borkowski, " Elements of Mathematical logic and set theory " . P. 177.

(2) Schipper, end schuh, " A first course in modern logic ". P. 260.

(3) جورج بول: التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٥.

(4) Kneale, and Kneale, Op. Cit. P. 404.

نقلا عن كتاب الدكتور/ محمود فهمي زيدان. ص ٧٩.

(5)Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 163.

وإن عملية الضرب المنطقي تكون بين فئتين أو أكثر[1]، فوجود أعضاء مشتركة بين الفئات هي التي تحدد عدد الفئات التي تجرى عليهم عملية الضرب المنطقي، ويؤكد هذا المعنى كل من فيس وفيتش، وذلك بقولهما، يعبر عن الضرب المنطقي بين ثلاث فئات أ، ب، جـ وكذلك بين أكثر من ثلاث فئات[2].

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق دوال القضايا propositions functions فعملية الضرب المنطقي لفئتين س ∅ (س)، ص ∅ (ص) بالصيغة س ∅ (س) ∩ ص ∅ (ص) فإن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي فئة جميع الأعضاء التي تنتمي إلى كل من الفئتين س، ص بحيث

ع (ع∈ س ∅ (أ). ع∈ ص ∅ (ب) [3]، أي كل عضو في الفئة أ ب يكون عضوا في الفئة أ وفي نفس الوقت يكون عضوا في الفئة ب.

وإذا كان لكل فئة، فئة أخرى متممة لها، وعملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب ينتج عنها فئة أ ب، فالفئة المتممة للفئة أ ب هي الفئة (أ ب)/ وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ماعدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ب/[4]، بمعنى إذا كانت الفئة الشاملة تحتوي الفئات أ ب، أ ب/، ب أ/ فإن الفئة (أ ب)/ تحتوي الفئة أ ب/ والفئة ب/ أ/.

وهكذا نرى أن عملية الضرب المنطقي ما هي إلا عملية فكرية نستطيع من خلالها التأليف أو الربط بين فئتين أو أكثر، فعلى الرغم من أن عملية الضرب المنطقي يرمز لها أحيانا بواو العطف أو (.) إلا أن حرف العطف "الواو" قد يشير إلى عملية أخرى للفكر فعندما نقول الأشخاص الذين يسكنون إنجلترا والذين ينتمون إلى جنس الذكور لا نكون بإزاء علمية جمع أو ضم لفئتين من الأفراد وإنما بإزاء نوع من التأليف أو الضرب بين فئتين[5].

---

(1)Carnap, "Introduction to symbolic logic its application " . P. 126

(2)Feys, and Fitch, " Dictionary of symbols of mathematical logic " . P. 96.

انظر أيضا جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٥.

(3)Leblang, " An introduction to deductive logic " . p. 170.

(4)Schipper, and, Schuh, Op. Cit. P. 261.

(5) بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد حسن ذكريا، دار نهضة مصر – القاهرة، ص ٣٦١.

وعلى الرغم من أن رمز عملية الضـــرب المنطقـــي (×) يشـــبه رمـــز الضـــرب الحسابي فإن ليبنتز قد أدرك وجه الشبه بين الربط بين التصورات والضرب في الأعـــداد ولكنه لم يستطيع صياغته صياغة دقيقة ويرجع الفضل إلى جورج بول في تلك الصياغـة، بمعنى أن التشابه بين الضرب المنطقي والضرب الحســـابي فـــي الشـــكل وليـــس فـــي المضمون، فإذا كان لدينا فئتان الأولى تحتوي على عضوين والثانية تحتوي على ثلاثـــة أعضاء ويوجد عضو مشترك، بالنسبة لعملية الضرب المنطقي يكون الناتج عضوا ولكـــن بالنسبة للضرب الحسابي يكون الناتج ستة[١].

وعلى الرغم من أن عملية الضرب مشتركة بين المنطق والجـــبر إلا أنـــه يوجـد اختلاف في إجراء تلك العملية سواء من الناحية المنطقية أو من الناحية الجبرية، وأهـــم ما يفرق بين الضرب المنطقي والضرب الحسابي وهو ما اسماه بول قانون الثنائية الـــذي يقرر أن هناك ثنائية جبرية ومن ثم فإن الإسم كما أسماه اللوجستقيون قانون التحصيـــل الحاصل بين الجبر المنطقي والجبر المألوف ففي الجبر المألوف أ × أ= أ^{٢}[٢].

والجبر المنطقي يختلف عن الجبر المألوف في هذا القانون، حيـــث يتمـــيز جـــبر المنطق عن كل الجبريات العديدية بقانون أ × أ =أ[٣]. وعادة ما يعبر عنه بول أي عـــن القانون أ × أ = أ في كتابة التحليل الرياضي للمنطـــق بالصيغـــة أ^{ن} = أ قـــائلا أن هـــذه الصيغة إنما تعبر عن السمة المميزة لحسابه التحليلي[٤].

ويرى ريشنباخ، أن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي في الغالب تحتـــوي على أعضاء أقل من الأعضاء التي تحتويها كل فئة اشتركت في تكوينها، فـــالحديث عـــن فئة مشتركة بين فئتين يصحبه في العادة نقص في عدد الأعضاء، فإذا قلنا فئة الزهـــور الحمراء، فإننا نشير إلى فئة مشتركة بين فئة الزهور وفئة الأشياء الحمراء، إنها حصيلـة ضرب الفئتين في بعضهما[٥]، فالفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي لفئتيـــن تكـــون متضمنة في كل من الفئتين الناتجة عنهما، أي أن الفئة أ ب تكون متضمنة في كـــل مـــن

---

(١)Ambrose, and lazerowitz, " Fundamentals of symbolic logic " P. 224.

(٢) محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٩، ص١٣٠.

(٣) روبير بلانشي، المرجع السابق، ص٣٩١.

(٤)Kneale, and Kneal, OP. Cit P. 408.

نقلا عن كتاب د/عزمي إسلام: دراسات في المنطق ونصوص مختارة، المرجع السابق، ص ١٤٣.

(٥)ReichenBach, " Elements of symbolic logic " P. 195.

الفئتين الناتجة عنهما[1]، أي أن أ ب ⊃ أ، أب⊃ ب فالفئة الناتجة عن عملية ضرب منطقي لفئتين تكون متضمنة في كل من الفئتين[2]. لأن أ ب تمثل جزء من الفئة أ وتمثل جزء من الفئة ب في نفس الوقت.

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق اللزوم كالآتي:

(س) (س ∈أ). (س ∈ ب) .⊂. (س ∈ أ ب) وتقرأ بالنسبة لأي عضو "س" إذا كان س عضوا في الفئة أ وعضوا في الفئة ب يلزم أن يكون س عضوا في الفئة أ والفئة ب مجتمعين[3]، ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق اللزوم بصورة أخرى كالآتي:

(س ∈ أ ب) .⊂. (س ∈أ). (س ∈ب) فإذا كان س عضوا في الفئة أ ب فإنه يكون عضوا في الفئة أ وعضوا في الفئة ب في نفس الوقت.

ومن ناحية أخرى إذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي تعبر عن فئة مشتركة فيوجد فرق بينها وبين الفئة المشتركة التي تحدثنا عنها في أنواع الفئات، فالفئة المشتركة تحتوي على الأقل على عضو واحد[4]، ولا تكون فارغة بأي حال من الأحوال في حين الفئة المشتركة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي لا يشترط أن يكون بها أعضاء لأن الضرب المنطقي هو عملية منطقية تجرى على الفئات، فإذا وجد أعضاء مشتركة بين الفئات التي تجرى عليهم عملية الضرب كان ناتج هذه العملية فئة مشتركة، أما إذا لم توجد أعضاء مشتركة بين الفئات التي تجرى عليهم عملية الضرب المنطقي تكون الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي فئة فارغة، وذلك في حالة إجراء عملية الضرب المنطقي على أي فئة أ والفئة الفارغة أي أ × صفر = صفر وكذلك عندما نجوي هذه العملية على أية فئة أ والفئة المتممة لها أَ ، يكون ناتج عملية الضرب المنطقي فئة فارغة، أي أ × أَ = صفر[5].

([1])Langer" An introduction to symbolic logic " P. 148.

([2])Eaton" General logic " P. 440

([3]) ذكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، الجزء الأول، ص ١٨٦.

([4])Langer, Op. Cit. P. 138.

([5])Bochenski, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

ففي حالة إجراء عملية الضرب المنطقي لفئتين ويكون ناتج عملية الضـــرب فئـــة فارغة، ففي هذه الحالة لا توجد أعضاء مشتركة بين هاتين الفئتين وأنهما في حالة فصل كلي، فالفئات التي تتقاطع ويكون الناتج فئة فارغة تسمى الفئـــات المنفصلـــة[١]. **The Disjunctive of classes**

وإذا كانت الفئة الشاملة تحتوي فئات فرعية منها وأن كـــل عضـــو مـــن الفئـــة الفرعية يكون عضوا في الفئة الشاملة، فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضـــرب المنطقـــي للفئة الشاملة والفئة الفرعية منها تكون هي الفئة الفرعية نفسها، وإذا كان كل عضو فـــي الفئة الشاملة لابد أن يكون عضوا أما في الفئة أ أو عضوا في الفئـــــة أ/ ، فـــإن الفئـــة الناتجة عن عملية ضرب الفئة أ والفئة أ/ تكون فئة فارغة لعدم وجود أعضاء مشـــتركة بينهما[٢].

ويرى بوشنسكي، عندما تكون الفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئـــــة ب فئة فارغة، فإن الفئة أ في هذه الحالة تكون فئة فارغة وأيضا الفئة ب تكون فئة فارغـــة، وذلك على النحو التالي: أ ×ب =صفر ≡ أ= صفر. ب = صفر[٣].

إلا أن هذا الاستدلال فيه نوع من الخطأ لأن ليس معنـــى عـــدم وجـــود أعضـــاء مشتركة بين الفئة أ والفئة ب يلزم بأن الفئة أ تكون فئة فارغة والفئة ب أيضا تكون فئـــة فارغة، فمن الممكن أن يكون حاصل الضرب المنطقي لفئتين أ، ب مساوي فئة فارغـــــة، وأن كل من الفئتين فئة وجودية والسبب في ذلك عدم وجـــــود أعضـــاء مشـــتركة بيـــن الفئتين.

ويرى بوشنسكي أيضا عندما يكون حاصل الضرب المنطقـــي للفئـــة أ والفئـــة ب مساوي فئة فارغة فإن الفئة أ في هذه الحالة تكون مساوية لحاصل ضرب الفئة أ والفئـــة المتممة لها أ/ ، أي فئة فارغة، حيث يقول: أ × ب = صفر ≡ أ = أ× أ/ [٤].

وهذا الرأي أيضا يكون خاطئا لأن من الممكن عدم وجود أعضاء مشـــتركة بيـــن فئتين وكل فئة على حدة تكون ذات أعضاء، فلو قلنا أ فئة الجبال وب فئة الناس، نلاحـــظ

---

(١)Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 164.

(٢)Eaton, Op. Cit. P. 422.

(٣)Bochenski, "A precis of Mathematical logic". P. 60.

(٤)Ibid. P. 60

أن أ × ب في هذه الحالة في هوية مع الفئة الفارغة، وذلك لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة ب، على الرغم من أن كل من الفئتين تحتوي على أعضاء.

عملية الضرب المنطقي والمنطق الأرسطي:

مهما اختلف التعبير عن هذه العملية رمزيا سواء بواو العطف (.) أو بعلامة التقاطع (∩) أو بعلامة الضرب الحسابي (×)، إلا أن عملية الضرب المنطقي ما هي إلا عملية فكرية نستطيع من خلالها أن نحدد الأعضاء المشتركة بين الفئات التي نجري عليهم هذه العملية، وهذه الأعضاء تعبر عن الفئة الناتجة عن إجراء هذه العملية على الفئات المشتركة في تكوينها، فالتقاطع بين فئتين أ، ب الذي يقوم على الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب يمثل الضرب المنطقي[1]. فلو أخذنا جميع الأفراد التي تكون أعضاء في كل من الفئة أ والفئة ب هذه الأعضاء تمثل فئة يطلق عليها فئة الضرب المنطقي[2].

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء المشتركة بين الفئات التي تجرى عليهم هذه العملية فإن مفهوم عملية الضرب المنطقي بين الفئات هو نفس مفهوم الفئة المشتركة، فعندما نتحدث عن فئة الورود الحمراء (أ ب) نحن نشير إلى الفئة المشتركة لفئة الورود (أ) وفئة اللون الأحمر (ب) أي الأشياء التي تكون أعضاء في فئة الورود وفي نفس الوقت تكون حمراء يطلق على هذه العملية اسم الفئة المشتركة[3] **the common class.**

وإذا نظرنا إلى المثال السابق نجد أن فئة الورود الحمراء أ ب تمثل فئة ناتجة عن عملية الضرب المنطقي لفئة الورود (أ) وفئة الأشياء الحمراء (ب)، وإن هذه الفئة في نفس الوقت تمثل فئة مشتركة، طالما وجود فئتين بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفئة المشتركة[4].

---

(1) Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 274.

(2) Cohen, and Nagel" An introduction to logic and scientific method " P. 122.

(3) ReichenBach, Op. Cit. P. 195.

(4) Langer, Op. Cit. P. 148.

وإذا كان أرسطو هو الذي وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالفئة المشتركة حيث يقول، "حد الاشتراك هو أن يكون الشيء يقبل حد مشاركة"[1]. بالإضافة إلى أن أرسطو لم يهمل الفئة المشتركة في بنائه لنسقه المنطقي، ففي نظرية القياس الحد الأصغر يمثل فئة مشتركة، لأن كل عضو في الحد الأصغر يكون عضوا في الحد الأكبر والحد الأوسط في نفس الوقت، وعلى ذلك لا أجازف بالقول بأن عملية الضرب المنطقي ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطي.

فإذا كان أرسطو قد وضع لنا الأساس الأول لعملية الضرب المنطقي فما الاختلاف بين المنطق الحديث والمنطق الأرسطي في إجراء هذه العملية؟ في الحقيقة أن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فئة شاملة **Whole class** وفئة أخرى ذات عضو واحد والتي ينتج عنها فئة ذات عضو واحد، **Unit class** هذا لا يتفق مع النسق الأرسطي الذي يقوم على الحدود الكلية، وإن الفئة المشتركة لدى أرسطو لابد أن تكون حدا كليا وليس جزئيا، هذا من ناحية، وأن إجراء هذه العملية بين أي فئة وجودية وفئة أخرى فارغة بحيث يكون ناتج هذه العملية فئة فارغة لا يتفق أيضا مع النسق المنطقي الأرسطي والذي يقوم على الفئات الوجودية.

وأخيرا يكفي القول بأن المناطقة المحدثين أخذوا فكرة الضرب المنطقي عن فكرة الفئة المشتركة لدى أرسطو دون أن ندعي أنها تعود إلى أرسطو.

عملية الضرب المنطقي والفئة ذات العضو الواحد:

إذا كانت عملية الضرب المنطقي عملية أساسية لحساب الفئات، فهل نستطيع إجراء هذه العملية على الفئة ذات العضو الواحد وفئة أخرى مثلها أو تختلف عنها؟ اهتم روسير بهذه المسألة وأعطى لها الكثير من العناية، ورأى أنه إذا كان س عضوا في الفئة أ وأن هذا العضو يمثل فئة ذات عضو واحد فإن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ذات العضو الواحد {س} تكون هي الفئة ذات العضو الواحد {س}:

(أ ،{ س }) س ∈ أ ≡ {س} ∩ أ = {س}[2].

([1]) أرسطو، التحليلات الثانية كتاب البرهان ضمن كتاب منطق أرسطو، الترجمة العربية القديمة، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي جـ٢، ص ٥٥٤.

([2])Rosser, " Logic for mathematicians " . P. 251.

وإذا لم يكن س عضوا في الفئة أ، وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد {س} فـإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة ذات العضو الواحد {س} والفئة أ تكـون فئة فارغة لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئتين:

(أ ، {س}) س ~ ∈ أ ≡ {س} ∩ أ = صفر[1].

وعلى ذلك نجد روسير يقرر بأن إجراء عملية الضرب المنطقي بيـن الفئـة ذات العضو الواحد {س} وأي فئة ذات أعضاء ولتكن أ، إما ينتج عنها فئة فارغة وذلـك فـي حالة أن العضو س الذي يمثل فئة ذات عضو واحد {س} ولا يكون عضوا فـي الفئـة أ، وأما أن يكون فئة ذات عضو واحد {س} وذلك في حالة أن العضو س والذي يمثل فئـة ذات عضو واحد ويكون عضوا في الفئة أ:

(أ، {س}) {س} ∩ أ = صفر ∪ {س} ∩ أ = {س}[2].

كما نجد كواين يقرر، إذا كان س عضوا في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضـو واحد يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة ذات العضـو الواحد {س} والفئة أ هي الفئة ذات العضو الواحد {س}:

س ∈ أ .⊃. {س} ∩ أ = {س}[3].

أما عن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فئتين كل منهما ذات عضو واحد يـرى روسير أنه إذا كان العضو س يمثل فئة ذات عضو واحد والعضو ص أيضا يمثـل فئـة ذات عضو واحد، ففي حالة عدم وجود هوية بين العضو س والعضـو ص، فـإن الفئـة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة {س} والفئة {ص} تكون فئة فارغة:

(س، ص) س ≠ ص ≡ {س} ∩ {ص} = صفر[4].

وهنا نجد إجراء عملية الضرب المنطقي على الفئة ذات العضـو الواحـد وفئـة أخرى مثلها، يختلف عن إجراء هذه العملية على الفئات الكلية، لأن إجراء عملية الضـرب المنطقي بين فئتين وكل منهما تحتوي على عضو واحد تكون الفئة الناتجة، إما فئـة ذات

---

(1)Ibid. P. 251.

(2)Ibid. P. 251.

(3)Quine, "Set theory and its logic" P. 114.

(4)Rosser, Op. Cit. P. 251.

عضو واحد، إذا وجدت هوية بين العضوين الذي يمثل كل منهما فئة ذات عضو واحد، وإما فئة فارغة وذلك في حالة عدم وجود هوية بين العضوين الذي يمثل كل منهما فئة ذات عضو واحد.

وأن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فئة ذات عضو واحد وفئة أخرى تحتوي على أكثر من عضو فإن الفئة الناتجة عن هذه العملية، إما إنها فئة ذات عضو واحد، وذلك إذا كان العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد عضو في الفئة التي تحتوي أكثر من عضو أو الفئة الكلية وإما فئة فارغة، وذلك في حالة إذا كان العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد ليس عضوا في الفئة الكلية لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئة ذات العضو الواحد والفئة الكلية.

ويرى لبلانج، إذا كان س عضوا في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد {س}، وإن لكل فئة لها فئة أخرى متممة لها فإن الفئة المتممة للفئة {س} وهي الفئة {س}´ وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ماعدا العضو س وإن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة {س}´ هي الفئة {س}´ أي:

أ ∩ {س}´ تحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ ماعدا العضو س في حالة أن س ينتمي إلى الفئة أ[١].

وأيضا إذا كان ص عضوا في الفئة أ و ص يمثل فئة ذات عضو واحد {ص} فإن الفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة المتممة {ص}´ تكون الفئة {ص}´ وإن الفئة أ تساوي " ١ + ن" من الأعضاء وعلى ذلك فإن أ ∩ {ص}´ تكون فئة جميع أعضاء أ ماعدا العضو ص، وص يكون عضوا في الفئة أ وإن الفئة أ تحتوي على "١ +ن" من الأعضاء[٢]. حيث "١" يشير إلى العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد ون تشير إلى باقي أعضاء الفئة أ.

ومن ناحية أخرى، هل نجد لعملية الضرب المنطقي بين الفئات ما يماثلها في حساب القضايا، يرى كوبي، أن فكرة العطف بين القضايا مأخوذة عن فكرة الضرب

---

(1)Leblang, Op. Cit. P. 177.

(2)Ibid. P.177.

المنطقي بين الفئات، حيث يقول، عندما يكون ق، ك متكافئتين لـــ أ، ب إذن ق، ك معــا مأخوذة عن الضرب المنطقي لـ أ ب[1].

وإذا وجدت علاقة عطف بين قضيتين تسمى دالة عطفية، فالدالة العطفيــة دالــة صدق ذات حجتين ق، ك تقرر الدالة الحجتين بطريقة عطفية أعني أنها تقرر صــدق ق، ك معا، وتعبر الأداة "و" واو العطف عن الرابط المنطقــي والــذي يقــوم بيــن القضايــا المعطوفة جميعا مثل "مصر بلد عربي"، "الجزائر بلد عربي" قضية صادقة ق. ك ويمكــن أن تقرأ على الوجوه التالية ق.ك صادقتان معا، أو ق صادقة وك صادقة في آن واحـد أو أن ق.ك صادقتان معا ويطلق أحيانا على الدالة ق.ك اسم حاصل الضرب المنطقــي (ق.ك) ويكون ق.ك حجتي الضرب[2].

كما نجد بعض القضايا التحليلية في حساب القضايا صيغت على نمــوذج حســاب الفئات كالآتي:

أ ب = ~ (أ + ب) في حساب الفئات

ق. ك ≡ ~ (~ ق ∨ ~ ك). في حساب القضايا

أي أن كل من ق.ك صادقة يكافئ القول بأن من الخطأ كل من ك أو ق كاذبة[3].

أهم النتائج القائمة على عملية الضرب المنطقي:

أ × أ َ = صفر[4]

إن الفئة الناتجة عن حاصل عملية الضرب المنطقي لأي فئة والفئة المتممة لـــها تكون فئة فارغة لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئتين.

أ × صفر = صفر[5]

إن الفئة الناتجة عن حاصل عملية الضرب المنطقي لأي فئــة والفئــة الفارغــة، تكون فئة فارغة، لأن الفئة الفارغة خالية من الأعضاء.

---

(1)Copi. "Symbolic logic" P. 342.

(2) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٦٩.

(3)Eaton. Op. Cit. P. 429.

(4)Bbochenski, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

(5)Ibid. P.60.

أ × ١ = أ [1]

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لأي فئة والفئة الشـــاملة تكــون الفئـــة نفسها.

أ × (أ+ب) = أ [2]

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن حاصل الجمــع المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون الفئة أ.

أ × ب = صفر = س ∈ أ. ص ∈ ب .⊃. س ≠ ص [3]

عندما يكون س عضوا في الفئة أ وص عضوا في الفئة ب والفئة الناتجــــة عــن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون فئة فارغة، فإن س لا يكون في هوية مــع العضو ص.

(أ × ب)′ = أ′ + ب′ [4]

الفئة المتممة للفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة ب تكون في هوية مــع الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة المتممة أ′ ، والفئة المتممة ب′.

أ × ب ≠ صفر .⊃. أ ≠ صفر [5]

عندما تكون الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لفئتين ليست فئـــة فارغـــة يلزم عن ذلك أن كل من الفئتين التي تم إجراء عملية الضرب المنطقي عليـــهما لا تكـــون فئة فارغة

س ∈ أ × ب = س ∈ أ ∩ س ∈ ب

س ∈ أ ب′ ≡ س ∈ أ ∩ س ∉ **ب** [6]

---

(1)Ibid. P.60

(2)Ambrose, and lazerowitz. Op. Cit. P. 309.

(3)Bochenski, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

(4)Copi, "symbolic logic", Op. Cit. P. 341.

(5)Ibid. P. 340.

(6)Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 162

إذا كان س عضوا في الفئة أ ب يعني أن س يكون عضوا في الفئة أ وعضوا في الفئة ب في نفس الوقت، وإذا كان س عضوا في الفئة أ بـ يعني أن س عضو في الفئة أ وليس عضوا في الفئة ب.

أ ⊃ ب .⊂. أ = أ × ب[١]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب.

(أ ، ب) أ × ب ⊇ ب[٢]

إذا كانت الفئة أ في هوية مع الفئة ب فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة أ ب تكون متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة ب.

(أ، ب، جـ) أ ⊇ ب .⊂. أ جـ ⊇ ب جـ[٣]

إذا كانت الفئة أ متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة ب يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة جـ تكون متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة ب والفئة جـ.

(أ، ب، جـ) أ ⊇ ب جـ ≡ أ ⊇ ب. أ ⊇ جـ[٤]

وفي حالة أن الفئة أ تكون متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة ب جـ يعني أن الفئة أ تكون متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة ب والفئة أ متضمنة تضمنا متبادلا في الفئة جـ.

(أ، ب، جـ) أ ⊃ ب جـ .⊂. أ ⊃ ب. أ ⊃ جـ[٥]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب جـ تضمنا أصيلا يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة تضمنا أصيلا في الفئة ب ومتضمنة في الفئة جـ تضمنا أصيلا.

---

(1)Morse. " A theory of sets " P. 48

(2)Rosser, Op. Cit. P. 235

(3)Ibid. p.235.

(4)Ibid. P. 236

(5) Ibid. P. 236.

ثانياً:عملية الجمع المنطقي:

يقول كواين، الفئة التي تجمع كل الأعضاء، أي أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة ب تسمى حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب[1]. فالفئة الناتجة عن حاصل عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب هي الفئة التي تحتوي جميع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة ب، فلو كانت أ فئة الأمريكيين وب فئة السياسيين، فإن أ+ب هي الفئة التي تحتوي جميع الأمريكيين والسياسيين، أي تحتوي على كل أمريكي وكل سياسي سواء أمريكي أو غير أمريكي[2]. فكل إنسان أمريكي يكون عضواً في الفئة أ + ب وكل إنسان سياسي سواء أمريكي أو غير أمريكي يكون عضواً في الفئة أ + ب، وعلى ذلك فإن فئة الجمع المنطقي لفئتين أ، ب تعين بالفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تنتمي إلى الفئتين[3].

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئات الناتجة عنهم هذه الفئة، فإن عملية الجمع المنطقي هي عملية اتحاد أو ربط للفئات التي يتم إجراء الجمع المنطقي عليها، فعملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تسمى بالاتحاد أو الربط بين الفئة أ والفئة ب[4]، أي حصر جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب في فئة واحدة نطلق عليها الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي، فإذا كانت أ فئة مدخني البايب وب فئة المناطقة تكون فئة الجمع هي جميع الناس الذين هم أما مدخني البايب أو مناطقة[5].

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية اتحاد أو ربط بين الفئات بحيث نقوم بحصر جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئات المراد إجراء عملية الجمع المنطقي عليها في فئة واحدة تسمى ناتج الجمع المنطقي وإجراء هذه العملية لا يقتصر على عدد معين من الفئات ولابد من وجود فئتين على الأقل لأجراء هذه العملية، وعلى ذلك فإن إجراء عملية الجمع المنطقي يكون بين فئتين أو أكثر[6].

---

(1)Quine, "Mathematical logic" P. 180

(2)Ibid, P. 180

(3)Whitehead, and Russell, Op. Cit. P. 302

(4)Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 96

(5)Bochenski, "Aprecis of Mathematical logic" P. 56

(6)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

ويرمز للفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب، بـــــ أ + ب أي الفئة التي تحتوي على الفئة أ والفئة ب[1]. والفئة أ + ب تعني كل عضو ينـــدرج تحـــت هذه الفئة أما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب.

كما نجد جورج بول، يعبر عن حاصل الجمع المنطقي بالصورة التاليـــة أ + أَ ب حيث تكون أَ ، هي الفئة المتممة للفئة أ أو النافية لها أي المكونة من كل الأشياء التـــي لا تنتمي إلى الفئة أ أو تتعلق بها[2]، بمعنى أن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقـــي للفئة أ والفئة ب تحتوي جميع أعضاء الفئة أ مضافا إليها الأعضاء التي تندرج تحـــت الفئة ب ولا تندرج تحت الفئة أ أي الفئة أ ب ويمكن التعبير عنها أيضا ب + أ بَ.

والفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب يعرف بواســـطة أ، ب يكون مجموع الأعضاء التي تنتمي إما إلى الفئة أ أو إلى الفئـــة ب، وفـــي الرياضيـــات نستخدم كلمة "أو" في الانفصال[3]، وهذا هو المعنى المعروف لحاصل الجمع المنطقي فـــي كتب المنطق[4].

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي بين الفئـــة أ والفئـــة ب عـــن طريـــق الانتماء كالآتي: أ + ب = (س ∈ أ ∨ س ∈ ب) [5]، أي كل عضو في الفئة الناتجة عـــن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب أما أن يكون عضوا في الفئـــة أ أو عضـــوا فـــي الفئة ب أو فيهما معا.

وعلى الرغم من أن عملية الجمع المنطقي تشبه عملية الضرب المنطقي في أنـــها علاقة قائمة بين الفئة أ والفئة ب[6]، فإن الفئة الناتجة عن عمليـــة الضـــرب المنطقـــي لفئتين أ ب تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي لفئتيـــن أ + ب[7]، طالما أن الفئة أ ب تحتوي كل الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب وإن الفئـــة

---

(1)Ambrose, and Lazerowitz. Op. Cit. P. 229

(2)Kneale, and Kneale. Op. Cit. P. 410.

نقلا عن كتاب الدكتور/ عزمي إسلام، دراسات في المنطق ونصوص مختارة، ص ١٤٨.

(3)Malitz, Op. Cit. P. 3

(4)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

(5)Malitz, Op. Cit. P. 3

(6)Langer, Op. Cit. P. 139

(7)Ibid. p. 140

أ + ب تحتوي كل الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب، وكل عضو في الفئة أ ب يكون عضوا في الفئة أ + ب.

وإذا كان حاصل الجمع المنطقي يعني ربط أو اتحاد بين الفئات، فإن ناتج عملية الجمع المنطقي يمثل فئة وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم، فإذا كانت عملية الجمع المنطقي أ + ب تحتوي الأعضاء التي تنتمي إلى واحدة أو إلى الأخرى وأن أ، ب فئات، فإن أ + ب تمثل فئة[1]، وبالنسبة لأي عضو يكون في الفئة أ يكون أيضا عضوا في الفئة أ + ب فالفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة أ + ب ومتضمنة فيها، وكذلك بالنسبة لأي عضو يكون في الفئة ب يكون أيضا عضوا في الفئة أ + ب فتكون الفئة ب فئة فرعية من الفئة أ + ب ومتضمنة فيها[2].

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم وأن كل فئة من هذه الفئات. فئة فرعية من هذه الفئة، فإن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تعبر عن فئة شاملة، ولكنها تختلف عن الفئة الشاملة سابقة الحديث والتي تحتوي على جميع الأعضاء التي تكون أما أعضاء في الفئة أ وأما أعضاء في الفئة أ/ [3]. فجميع الأعضاء التي تحتويها الفئة الشاملة أما تكون أعضاء في الفئة أ وأما أعضاء في الفئة أ/ وهنا يتضح الاختلاف والذي يقر بأن الفئة الشاملة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تحتوي على فئات محددة وتم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم، أما الفئة الشاملة أو عالم المقال فإنها تحتوي كل شيء.

وعلى الرغم من التشابه في عملية الجمع بين الجبر الرياضي والجبر المنطقي إلا أننا في الجبر المنطقي نجد هذه العملية تعد عملية فكرية نستطيع من خلالها التأليف بين الفئات حيث يقول بول موي في ذلك إننا إذا كنا نستخدم في عمليات الجبر رموز لها خصائص معينة فمن الممكن استخدام رموز مشتقة من الرمزية الجبرية للتعبير عن العمليات الفكرية[4]، وهنا نجد بول موي يقر بأن عملية الجمع المنطقي على الرغم من

---

(1)Eaton, Op. Cit. P. 419

(2)Langer, Op. Cit. P. 140

(3)Alexander, " An introduction to logic " P. 162

(4) بول موي، المرجع السابق، ص ٣٦٠.

تشابها في الرمز مع الجمع الحسابي إلا أنها تمثل عملية فكرية نستطيع من خلالها الربط بين الفئات.

وعلى الرغم من التشابه بين الجمع المنطقي والجمع الجبري في الرمز إلا إننا نجد اختلافا بينهما ففي الجبر المألوف أ + أ = ٢أ ولكن في جبر المنطق أ + أ = أ وهذا القانون يميز مفهوم عملية الجمع في المنطق عن مفهوم عملية الجمع في الجبر المألوف، فجبر المنطق يتميز عن كل الجبريات العددية بقانون خصوصي في الجمع أ + أ = أ[١]، فقد توصل بول إلى فكرة الجمع المنطقي بين الفئات إلى معادلة تختلف عن الجبر المألوف وهي أ + أ = أ ويفسر صدق هذه المعادلة بإننا إذا رمزنا إلى فئة ما بالحرف أ وأردنا مضاعفة ذلك الفئة بإضافة الفئة ذاتها، فإننا لن نحصل في حاصل الجمع على تضعيف الفئة وإنما على الفئة نفسها بلا زيادة[٢].

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي عن طريق اللزوم على النحو التالي:

(س) (س ∈ أ) ∨ (س ∈ ب) .⊂. (س ∈ أ +ب) [٣].

بالنسبة لأي س، إذا كان س عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب لكان عضوا في الفئة أ + ب.

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي، عن طريق الفصل على النحو التالي:

س ∈ (أ + ب) ≡ س ∈ أ ∨ س ∈ ب[٤].

وهذا يعني أن كل عضو في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب إما يكون عضوا في الفئة أ وإما يكون عضوا في الفئة ب، أي لابد أن يكون عضوا في إحدى الفئتين على الأقل.

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب والتي تقر بأن كل عضو في الفئة أ + ب يكون عضوا في إحدى الفئتين على الأقل ففي حالة وجود عضو في الفئة أ + ب ولا يكون عضوا في أي من الفئتين تكون عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة

---

(١) بلانشي، المرجع السابق، ص ٣٩١.

(٢) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٢٥٧.

(3)Langer, Op. Cit. P. 140.

(4)Ambrose, and, lazerowitz, Op. Cit. P. 224

خاطئة، ذلك أن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي أ + ب تحتوي على جميع الأعضاء التي تنتمي إلى إحدى الفئتين على الأقل، لكل س ∈ (أ + ب) في حالة واحدة فقط وهي إماأن يكون س ∈ أ أو س ∈ ب ويكون خطأ في حالة أن س ∉ أ أو س ∉ ب[1].

وعلى الرغم من أن عملية الجمع المنطقي تشبه عملية الضرب المنطقي في أنها علاقة قائمة بين فئتين أو أكثر، فإن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي، من السهل أن تكون فئة فارغة وذلك في حالة عدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئات التي تم إجراء عملية الضرب المنطقي عليهم ولكن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تكون فئة فارغة في حالة واحدة فقط وهي عندما تكون. جميع الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم فئات فارغة أي صفر + صفر = صفر.

فالقول بأن أ + ب = صفر .⊂. أ = صفر . ب = صفر[2]

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تمثل الفئة أ +ب والتي تحتوي على الأعضاء التي تندرج تحت الفئات أ بَ، أ ب، أَ ب، فالفئة المتممة للفئة أ + ب هي فئة جميع الأعضاء المتممة للفئة أ أو الأعضاء المتممة للفئة ب، ويعبر عنها بـ (أ + ب)َ [3]، داخل نطاق الفئة الشاملة التي تحتوي الفئة أ والفئة ب.

ويمكن تعريف عملية الجمع المنطقي عن طريق دوال القضايا كالآتي:

س ∅ (س) ص ∅ (ص)

س ∅ (س) ∨ص ∅ (ص)

أ ∪ ب ——◄ ص (ص ∈ ∅ أ ∨ ص ∈ ∅ ب) [4]

وبطريقة أخرى:

س ∈ (أ + ب) ≡ س ∈ أ .∨. س ∈ ب

---

(1)Suppes, " Introduction to logic " P. 185

(2)Lewis, and, Langford, Op. Cit. P. 52

(3)Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 97

(4)Leblang, Op. Cit. P. 170

≡ س ∈ ف (ف هـ) ∨ س ∈ ف (ف ط)

≡ س ∈ أ ∨ س ∈ ب

≡ س ∈ (أ + ب)[1]

عملية الجمع المنطقي والفئة ذات العضو الواحد:

إذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي لفئتين أ، ب هي الفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ والفئة ب، فما الحال لو أجرينا هذه العملية على فئة ذات عضو واحد وفئة أخرى مثلها أو تختلف عنها؟

وعندما نجري عملية الجمع المنطقي على فئتين كل منهما ذات عضو واحد ففي حالة العضوين س، ص والذي يمثل كلٍ منهما فئة ذات عضو واحد ولا يكونان في هوية، فإن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على عضوين، {س} ∨ {ص} عندما يكون العضوان س، ص متميزين فإن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة تحتوي على الأقل عضوين وعلى الأكثر عضوين[2].

وقد عبر لبلانج عن ذلك على النحو التالي:

(س) (ص) (س≠ص) .⊂. (Eع) (ع ∈{س} ∨ {ص}

فالفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي {س} ∨ {ص} تحتوي عضوين وهي في حالة أن يكون العضو س والذي يمثل فئة ذات عضو واحد {س} متميز عن العضو ص والذي يمثل الفئة ذات العضو الواحد {ص}[3].

ولكن عندما نجري عملية الجمع المنطقي على فئتين كلٍ منهما تحتوي عضوا واحدا {س} ∨ {ص} وأن العضو س والذي يمثل فئة ذات عضو واحد {س} يكون في هوية مع العضو ص والذي يمثل الفئة ذات العضو الواحد {ص} أي س = ص فإن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة تحتوي عضو واحد، حيث يقول لبلانج، في حالة الفئة {س} والفئة {ص} تكونان غير متميزتين فإن الفئة {س} ∨{ص} تحتوي

---

(1)Ambrose and lazerowitz. Op. Cit. P. 224

(2)Leblang. Op. Cit. P. 176

(3)Ibid.p.176.

على الأقل وعلى الأكثر عضو [1]. وهنا نرى أن لبلانج يقر بأن في حالة إذا كـــان س = ص فإن الفئة {س} ∨ {ص} تساوي عضو على الأقل وعلى الأكثر.

وعادة ما يعبر عن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة ذات العضو الواحـد {س} والفئة ذات العضو الواحد {ص}، بالصيغة {س + ص}أي أن:

في حالة س، ص ∈ أ .⊂. {س} + ص = {س + ص}.

أو س + {ص} = {س + ص}[2].

ففي حالة أن العضوين س، ص كل منهما يمثل فئة ذات عضـو واحـد وأن كـل منهما يكون عضواً في الفئة أ، فإن حاصل عملية الجمع المنطقـي للفئـة {س} والفئـة {ص} يساوي الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي {س + ص}.

وإذا كان س عضواً في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحـد {س}، فـإن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة {س} تكون هي الفئة أ، وقد عـبر روسير عن ذلك على النحو التالي: (أ، {س}) س ∈ أ ≡ {س} ∨ أ = أ[3].

بالإضافة إلى أنه إذا كان س، ص عضوين في الفئـة أ وأن س يمثـل فئـة ذات عضو واحد {س} وأن ص يمثل فئة ذات عضو واحد {ص}، فإن الفئة الناتجة عن الجمـع المنطقي للفئة {س} والفئة {ص} هي الفئة {سَ + ص} وكون كل فئة لها فئـة أخـرى متممة لها فإن الفئة المتممة لهذه الفئة هي {س + ص}َ والتي تحتـوي علـى جميـع الأعضاء والتي تندرج تحت الفئة أ ماعدا العضوين س، ص.

وأيضاً الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي بين الفئـة ذات العضـو الواحـد والفئة الفارغة تكون هي الفئة ذات العضو الواحد نفسها أي:

{س} ∨ صفر = {س}

الفصل القوي والفصل الضعيف:

الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي أ + ب تحتوي على جميع الأعضاء التـي تندرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب، وكل عضو يندرج تحـت الفئـة

---

(1)Ibid. p.176.

(2)Quine, "Set theory and its logic", P. 112

(3)Rosser, Op. Cit. P. 251

أ+ب إما يكون عضوا في الفئة أ إما يكون عضوا في الفئة ب وإما يكون عضوا في كلتيهما معا[1].

فكل عضو من أعضاء الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة ب أي الفئة أ + ب لابد أن يكون عضوا في إحدى الفئتين على الأقل، فإذا كانت جـ هي الفئة الناتجة عن الجمع المنطقي فهي فئة جميع الأفراد التي تنتمي إلى إحدى الفئتين على الأقل[2].

إذا كان كل عضو من أعضاء الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب، إما يكون عضوا في الفئة أ أو يكون عضوا في الفئة ب أو عضوا في كليهما، فإن هذه الفئة تسمى فئة الفصل، أي أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تسمى فئة الفصل[3].

وهكذا إذا كانت الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي بين فئتين تسمى فئة الفصل، فإن الفصل في هذه الحالة لا يقتصر على معنى واحد فقط، ولكننا نجد للفصل معنيين، فالواقع أن كلمة "أو" تفيد في اللغة الإنجليزية معنيين[4].

وعلى ذلك يكون للفصل معنيان وهما الفصل القوي **Strong disjunction** والفصل الضعيف **weak disjunction** فإذا كان أ فئة الكتب الإنجليزية وب فئة الكتب الفرنسية فحاصل الجمع المنطقي أ + ب أو أ جمع ب إما أ أو ب [5]، بمعنى أن الفئة الناتجة عن عملية جمع الفئة أ والفئة ب في المثال السابق كل عضو فيها إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب ومن المستحيل أن يكون عضوا من أعضاء الفئة أ + ب ويندرج تحت الفئة أ والفئة ب في نفس الوقت.

والجمع المنطقي في هذه الحالة قائم على علاقة "إما...أو"[6]. **Either... or** وهذه العلاقة تعبر عن الفصل القوي بين الفئة أ والفئة ب، والذي يفيد الانفصال مع استحالة الاتصال ويسمى أحيانا باسم الفصل الاستبعادي أو غير الشمولي ويفيد القول

---

(1) Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 224

(2) Carnap, Op. Cit. P.126

(3) Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

(4) Kneale, and Kneale, Op. Cit. P. 409

نقلا عن كتاب الدكتور/ عزمي إسلام، دراسات في المنطق ونصوص مختارة، ص ١٤٧.

(5) Cohen, and, Nagel, Op. Cit. P. 122

(6) Alexander, Op. Cit. P. 162

بإما كذا أو كذا مع استحالة الجمع بين البديلين ويرمز للفصل القوي بين الفئات بالعلامة (+) (١).

وعلى ذلك في حالة وجود فئتين أ، ب وأن الفئة أ تحتوي خصائص معينة لا تحتويها الفئة ب وأن الفئة ب تحتوي خصائص لا تحتويها الفئة أ ولا توجد أعضاء مشتركة بين الفئتين أ، ب ففي هذه الحالة تكون الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لهذين الفئتين فئة فارغة، والفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تمثل فصلا قويا بينهما، طالما كل عضو في الفئة أ + ب إما أن يكون عضوا في الفئة أ فقط أو عضوا في الفئة ب فقط.

فإذا كانت الفئة أ + ب تحتوي الفئات أ بَ + أ ب + أَ ب فإذا كان الجمع المنطقي بين الفئة أ والفئة ب يمثل فصل قوي، فإن الفئة أ + ب تحتوي على الفئتين أ بَ + ب أَ أي تحتوي فقط على الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ بَ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب أَ ، ويقر هذا المعنى كل من فيس وفيتش بقولهما، يعرف الفصل القوي بين الفئة أ والفئة ب بأنه فئة أعضاء الفئة أ التي لا تكون أعضاء للفئة ب وأعضاء الفئة ب التي لا تكون أعضاء للفئة أ ويعبر عنه عادة (أ بَ) + (ب أَ)(٢).

ونجد للفصل القوي بين الفئات ما يماثله في حساب القضايا وهو أ + أَ = ١ يماثل في حساب القضايا ق ∨ ~ ق، بمعنى التصور الذي قام عليه الفصل القوي بين الفئة أ والفئة أَ والذي يعني بأن كل عضو في الفئة الشاملة إما أنه يكون عضوا في الفئة أ فقط أو يكون عضوا في الفئة أَ فقط وهو نفس التصور الذي قام عليه الفصل القوي بين القضايا والذي يقر بأن أي قضية إما كاذبة أو صادقة ومن المستحيل أن تصدق القضية وتكذب في نفس الوقت.

والمعنى الثاني للفصل بين الفئات وهو الفصل الضعيف، لنفرض أننا جمعنا فئة الطلبة الجامعيين وفئة الأدباء الشبان في فئة واحدة أطلقنا عليها اسم فئة الشبان المثقفين، فإننا لو أخذنا أي فرد من هذه الفئة لكان هذا الفرد إما طالب بالجامعة أو أحد الأدباء الشبان ولكن يجوز في هذه الحالة أن يجمع بعض الأفراد بين كونهم طلبة

---

(١) د/ عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ٤٢.

(٢) Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 96

بالجامعة وكونهم من الأدباء الشبان وعلى ذلك فإن أي فرد في فئة الشبان المثقف لابد أن يصدق عليه أحد البديلين على الأقل أو يجوز أن يصدق عليه البديل الأخر[١].

ومن خلال المثال السابق نستطيع القول بأن حاصل الجمع المنطقي في هذه الحالة يمثل فئة الأشياء التي تنتمي إما إلى إحدى الفئتين أو كلتيهما[٢]. فكل عضو ينتمي إلى الفئة أ + ب إما يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب أو يكون عضوا في الفئة أ والفئة ب في نفس الوقت، والجمع المنطقي في هذه الحالة يمثل فصل ضعيف والذي يقر بأن الفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة ب لا يكون فئة "فارغة بل فئة تحتوي على الأقل عضوا".

والفصل الضعيف يرمز له بالرمز (+) الذي يمكن التعبير عنه في اللغة العربية بالأداة "أو" or ويسمى أحيانا باسم الفصل الشمولي أو غير الاستبعادي بل يفيد احتمال اشتراكهما في عدد من الأعضاء في الوقت نفسه، فالفصل هنا يفيد معنى الانفصال مع إمكان الاتصال[٣].

ويرى كوبي، إذا كانت عملية الجمع بين الفئات تقابل رمز **symbol** الفصل (∨) في نظرية حساب القضايا فإن الفصل بين الفئات أ + ب يدل على الفصل الضعيف في حساب القضايا، حيث يقول، أن ق∨ك مأخوذة من العلاقة أ + ب وعلاقة + تدل على الفصل الضعيف في حساب القضايا[٤]، هذا الرأي فيه نوع من الخطأ لأن الفصل سواء في حساب الفئات أو في حساب القضايا يكون له معنيان وهما فصل قوي وفصل ضعيف، وطالما أن عملية الجمع في حساب الفئات تعرف بالفصل بين الفئات فإن الفصل في هذه الحالة إما أن يكون فصلا قويا وإما أن يكون فصلا ضعيفا والذي يحدد معنى الفصل بين الفئات هو مدى علاقة الفئات ببعضها هل توجد أعضاء مشتركة بينهم أم لا، وبالنسبة لتحديد معنى الفصل بين القضايا يتوقف على صدق القضايا وكذبها، فإذا كان الفصل يقوم على صدق إحدى القضيتين يلزم عنه كذب القضية الأخرى والعكس، كان الفصل في هذه الحالة فصلا قويا، وإذا وجد احتمال صدق القضيتين أو كذبهما معا كان الفصل في هذه الحالة فصلا ضعيفا.

---

(١) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٢٥٥.

(2)Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 275

(٣) عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ٤٢.

(4)Copi, "Symbolic logicP. 342

فإن المنطق الحديث ملتزم بالمذهب الأرسطي لا يحيد عنه، وعلى الرغم من اختلاف الرموز التي تعبر عن عملية الجمع المنطقي، إلا أن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب هي الفئة أ + ب وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب وكل عضو يندرج تحت هذه الفئة إما يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب، لذا الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي أ + ب تسمى فئة الفصل[1].

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي ما هي إلا عملية فصل بين الفئات وأن كلمة "أو" هي التي تعبر عن الفصل فهذه الكلمة أول من قال بها أرسطو، حيث يقول، عندما نقسم الإنسان إما أن يكون فان أو غير فان[2]. وهنا نجد أن أرسطو قد استخدم كلمة "أو" للفصل بين فئة الفانين وفئة غير الفانين وأن الفصل في هذه الحالة فصل قوي لعدم وجود أعضاء مشتركة بين فئة الفانين وفئة غير الفانين، فإذا عبرنا عن فئة الفانين بالرمز أ وفئة غير الفانين بالرمز أَ وهي الفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ماعدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ، فلا نجد أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة أَ .

ويقول أرسطو أيضا، عندما نقسم حي إما أن يكون فانيا أو أزليا[3]. وأيضا إذا رمزنا لفئة الفانين بالرمز أ ورمزنا لفئة الأزليين بالرمز ب فإن فئة حي هي أ + ب وتحتوي جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة ب وإن كل عضو في الفئة أ + ب إما يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب.

وأخيرا نستطيع القول بأن عملية الجمع المنطقي ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطي وليس من إبداع المناطقة المحدثين.

أهم النتائج القائمة على عملية الجمع المنطقي:

أ + أَ = ١ [4]

---

[1] Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

[2] أرسطو، كتاب التحليلات الثانية، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ، ص ٤٢٠.

[3] أرسطو، التحليلات الأولى، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ١ ، ص ٢٢٥.

[4] Bochenski, Aprecis of Mathematical logic, P. 60.

كل عضو في الفئة الشاملة إما يكون عضواً في الفئة أ أو عضواً في الفئة أ َ.

أ + صفر = أ[1]

الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة أ والفئة الفارغة تكون في هوية مع الفئة أ نفسها.

أ + ١ = ١[2]

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية حصر للأعضاء التي تندرج تحت الفئات التي تجرى عليهم هذه العملية، ففي حالة إجراء عملية الجمع المنطقي للفئة الشاملة وأي فئة فرعية منها، فالفئة الناتجة عن هذه العملية تحتوي جميع أعضاء الفئة الشاملة أو هي الفئة الشاملة نفسها.

أ + صفر = أ + (أ × أ َ)[3]

إذا كان حاصل الضرب المنطقي لأي فئة والفئة المتممة لها فئة فارغة، فإن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة الفارغة يكون الفئة التي تحتوي جميع أعضاء الفئة أ والفئة أ × أ َ.

أ + (أ × ب) = أ[4]

وإذا كانت الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي أ ب متضمنة في الفئة أ فإن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة أ ب تكون في هوية مع الفئة أ.

أ + ب = − (أ َ + ب َ)[5]

وإذا كانت الفئة المتممة للفئة (أ + ب) هي الفئة التي تحتوي الأعضاء التي تندرج تحت الفئة المتممة أ َ والأعضاء التي تندرج تحت الفئة المتممة ب َ، لذا فالفئة أ + ب تكون في هوية مع الفئة المتممة للفئة (أ َ + ب َ).

ونجد لهذا المفهوم ما يناظره في حساب القضايا وهو:

---

(1) Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 305

(2) Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 276

(3) Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 305

(4) Suppes, Op. Cit. P. 204

(5) Eaton, Op. Cit. P. 436

ق∨ك ≡ ~ (~ ق. ~ ك)[1]

ويعني القول بأن القضية ق صادقة أو القضية ك صادقة يكافئ القول بأنه من الخطأ كذب القضية ق والقضية ك في نفس الوقت.

أ + ب = صفر ≡ أ = صفر. ب = صفر[2]

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية حصر للأعضاء، ففي حالة أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون فئة فارغة، فإن الفئة أ في هذه الحالة فئة فارغة والفئة ب أيضاً فئة فارغة.

أ ب ⊃ أ + ب[3]

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لفئتين تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي لهاتين الفئتين.

أ + أ = أ[4]

وهذا المبدأ يتميز به جبر المنطق عن الجبر المألوف والذي يعني مهما أضفنا أي فئة إلى نفسها ينتج عن ذلك نفس الفئة.

أ ⊃ ب .⊂. ب = أ + ب[5]

التضمن بين فئتين يعني كل أعضاء الفئة الأولى تكون أعضاءً في الفئة الثانية فإذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب، يلزم عن ذلك أن الفئة ب تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب.

أ ⊃ ب .⊂. أ ⊃ أ + ب = ب[6]

---

(1)Lewis, and langford, Op. Cit. P. 83

(2)Bochenski, Aprecis of Mathematical logic P. 60

(3)Eaton, Op. Cit. P. 440

(4)Ibid. P.436.

(5)Morse, Op. Cit. P. 49

(6)Ibid. P. 49.

وإذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب والتي تكون في هوية مع الفئة ب.

أ ⊇ ب .⊂. أ + ب = ب[1]

وإذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمنا متبادلا، يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة ب.

أ + ب لـ (س ∈ أ∨ س ∈ ب)[2]

كل عضو في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب، إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب.

أ + ب‾ = أَ + بَ[3]

الفئة المتممة للفئة أ + ب تكون في هوية مع حاصل الجمع المنطقي للفئة أَ والفئة بَ.

أ ⊇ ب .⊂. أ + جـ ⊇ ب + جـ[4]

إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب تضمنا متبادلا يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة جـ تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة ب والفئة جـ تضمنا متبادلا.

(أ، {س}) س ∈ أ ≡ {س} + أ = أ[5]

إذا كان س عضوا في الفئة أ وس يمثل فئة ذات عضو واحد، فإن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة {س} والفئة أ تكون في هوية مع الفئة أ.

س، ص ∈ أ .⊂. {س} + ص = {س + ص}[6]

---

(1)Malitz, Op. Cit. P. 3

(2)Rosser, Op. Cit. P. 228

(3)Quine, "Mathematical logic". P. 181

(4)Rosser, Op. Cit. P. 235

(5)Ibid. P. 251

(6)Quine, "Set theory and its logic". P. 112

إذا كان س، ص عضوين في الفئة أ وأن كلا منهما يمثل فئة ذات عضـــو واحـــد يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة {س} والعضو ص فـــي هويـــة مـــع الفئة {س+ص}.

(أ، {س}) س ∈ أ ≡ (أ – س) ∨ {س} = أ[1]

إذا كان س عضوا في الفئة أ وس يمثل فئة ذات عضو واحد، فالفئة الناتجة عـــن حاصل جمع الفئة المتممة {س} والفئة {س}َ تكون في هوية مع الفئة أ.

ثالثا : المبادئ القائم عليها حساب الفئات:

١-مبدأ الهوية **Principle of identity**

أ ⊃ أ ، أ =أ

يقوم هذا المبدأ على أساس كل فئة تكون متضمنة في نفسها أي أنها فئة فرعيـــة لنفسها، حيث يقول كل من جون ونيكل، هذا المبدأ يقرر أن كل فئة تكون متضمنـــة فـــي نفسها[2]، وكل فئة تكون مشتملة على ذاتها، وهو نفس القانون الذي نعـــبر عنـــه بـــأن أ = أ[3]، بمعنى كل فئة تكون في هوية مع نفسها بجانب أنها فئة فرعية لنفســـها، ففئـــة الإنسان تكون في هوية مع فئة الإنسان، أي فئة الإنسان تكون مشتملة على ذاتها وإنـــها فئة فرعية لنفسها.

ولا يقتصر مبدأ الهوية على أن كل فئة تكون مشتملة ذاتها أو أنها فئة فرعيـــة لنفسها ولكن إذا وجدت فئتان أ، ب وكل منهما تشتمل على نفس الأعضاء وكانت العلاقـــة بين الفئة أ والفئة ب علاقة تضمن متبادل فهذه العلاقة بين الفئة أ والفئة ب تمثـــل مبـــدأ الهوية .

ونجد لمبدأ الهوية ما يقابله في حساب القضايا، فمبدأ الهوية عرف فـــي حســـاب القضايا بمبدأ التكافؤ بين القضايا، ق ≡ ق وتقرأ ق تكافئ ق أو أن أية قضيـــة تكـــافئ نفسها ق .⊃. ق فإذا كانت ق صادقة كانت ق صادقة[4].

([1])Rosser, Op. Cit. P. 251

([2])Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 123

([3])Suppes, Op. Cit. P. 180

([4])د/ عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص١٥٥.

وهنا نجد الاختلاف بين مبدأ الهوية بين الفئات ومبدأ التكافؤ **Principle of equivalence** بين القضايا، بأن الهوية بين الفئات تقرر أن الفئة لابد أن تكون في هوية مع نفسها أو الفئة تكون في هوية مع فئة أخرى وكل منهما تحتوي نفس الأعضاء، في حين أن التكافؤ بين القضايا يقوم على وجود تكافؤ في الصدق أو الكذب بين القضية ونفسها أي ق≡ ق أو ~ ق ≡ ~ ق، وأيضا يوجد مبدأ التكافؤ بين قضيتين إذا كان كلاهما صادق أوكلاهما كاذب في نفس الوقت ويمكن التعبير عن التكافؤ ق ≡ ك على الوجه التالي:

ق ≡ ك تعني [ق. ك∨ ~ ق. ~ ك](١)

٢-مبدأ التناقض Principle of contradition

يقرر هذا المبدأ بأنه لا توجد أعضاء مشتركة بين أي فئة والفئة المتممة لها أي الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة أَ تكون فئة فارغة، أ × أَ = صفر لا شيء يكون عضوا في كل من الفئة أ والفئة أَ (٢).

فلو قلنا فئة القطط أ وفئة ما ليس قطط أَ هنا لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة أَ وبذلك تكون الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي بين الفئة أ والفئة أَ تكون في هوية مع الفئة الفارغة، فهذا المبدأ لا يوجد أعضاء مشتركة بين الفئة أ والفئة المتممة لها أَ (٣).

ونجد لهذا المبدأ صيغة في حساب القضايا تماثل مبدأ التناقض وهي:

~ (ق. ~ ق)(٤) وتقرأ القول بأن القضية ق صادقة وأنها كاذبة في الوقت نفسه قول كاذب، وبالنسبة لأي قضية ق إما تكون صادقة أو تكون كاذبة ولا يمكن أن تكون صادقة وكاذبة في نفس الوقت أي (ق ∨ ~ ق).

٣-مبدأ الثالث المرفوع Principle of excluded middle

---

(١) د/ محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٧٧ .

(٢) Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 123

(٣) Basson, and O' conner, Op. Cit P. 154

(٤) Ambrose, and Lazerowitz. Op. Cit. P. 303

أ + أَ = ١[1]. فإذا كانت الفئة الشاملة تحتوي أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة المتممة لها أَ ، فإن كل عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة أَ [2]. فلو كان لدينا فئة الحيوانات وهي الفئة الشاملة وتحتوي فئة الإنسان أ وفئة ما ليس إنسان أَ ، فالفئة أ والفئة أَ يستنفذان الفئة الشاملة وبإضافة الفئة أ إلى الفئة أ نحصل على الفئة الشاملة، إذن الفئة الشاملة تحتوي على جميع الأشياء التي إما في الفئة أ أو الفئة أَ [3].

فكل عضو في فئة الحيوانات إما يكون عضوا في فئة الإنسان أو عضوا في فئة ما ليس إنسان، بمعنى أي عضو نختاره من الفئة الشاملة، إما يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة أَ [4].

ونجد لهذا المبدأ ما يماثله في حساب القضايا على النحو التالي:

ق ∨ ~ ق[5]، وتقرأ إما تكون القضية ق صادقة أو تكون كاذبة ولا تصدق القضية ق وتكذب في نفس الوقت، كما نجد لهذا المبدأ صيغة أخرى وهي ~ ق ∨ (ق.ق) وتفهم من الصيغة أَ + أ أ= ١[6]. فإذا كانت أ أ = أ فإن ق. ق ≡ ق وعلى ذلك الصيغة ~ ق ∨ (ق. ق) في حساب القضايا تقابل الصيغة أَ + أ أ = ١ في حساب الفئات.

٤-مبدأ تبادل الحدود **Principle of commutation**

أ + ب = ب + أ أو أ ب = ب أ وهو مبدأ تبادل الحدود بالنسبة للجمع والضرب المنطقي[7]. ومبدأ تبادل الحدود بالنسبة للجمع المنطقي يقرر أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة ب والفئة أ، أما بالنسبة للضرب المنطقي فإن الفئة الناتجة عن حاصل

---

(1)Basson, and O' conner, Op. Cit. P. 157

(2)Langer, Op. Cit. P. 143

(3)Alexander, Op. Cit. P. 162

(4) عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص٥٩.

(5)Ambrose, and, Lazerowitz, Op. Cit. P. 303

(6)Copi, "symbolic logic", P. 342

(7)Basson, and O'conner, op. Cit P. 156

الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة ب والفئة أ.

فبالنسبة لأي فئة أ والفئة ب، فإن الفئة أ+ب تكون نفس الفئة ب+أ، وبالنسبة لأي فئة أ ب تكون نفس الفئة ب أ(١).

ويمكن توضيح هذا المبدأ بالمثال التالي: ففئة الأعضاء التي هم إما ألمان أو موسيقيون هي نفس فئة الأعضاء الذين هم إما موسيقيون أو ألمان ومن ناحية أخرى فئة الأعضاء الذين هم ألمان وموسيقيون معا هي نفس فئة الأعضاء الذين هم موسيقيون وألمان معا(٢).

ونلاحظ مع بول، أن ترتيب توالي إجراءات الفرز لا يغير من النتيجة سواء اخترنا من فئة الحيوان، الماشية ثم اخترنا من فئة الماشية ماله قرون، أو اخترنا من فئة الحيوان ما له قرون ثم اخترنا من هؤلاء أفراد الماشية فإن النتيجة واحدة ولا تتغير فنحن في كلتا الحالتين ننتهي إلى فئة الماشية ذات القرون أي أ ب= ب أ (٣).

وهذا يعني أن الأعضاء المشتركة للفئة أ ب هي نفس الأعضاء المشتركة للفئة ب أ هذا بالنسبة لعملية الضرب المنطقي، وأن مجموع الأعضاء التي تحتويها الفئة أ والفئة ب هي نفس الأعضاء التي تحتويها الفئة ب والفئة أ وهذا بالنسبة لعملية الجمع المنطقي.

ونجد لهذا المبدأ نفس الصيغة في حساب القضايا، ق. ك≡ ك . ق. والتي تقابل أ ب = ب أ وتقرأ أن صدق القضية ق والقضية ك معا تكافئ صدق القضية ك وصدق القضية ق معا، كذلك لو قلنا ق∨ك ≡ ك ∨ق تقابل أ + ب = ب + أ وتقرأ القول بأن صدق القضية ق أو صدق القضية ك يتكافأ مع القول بأن صدق القضية ك أو صدق القضية ق.

٥-مبدأ الترابط **Principle of association**

(أ ب) جـ = أ (ب جـ)

---

(1)Langer, Op. Cit. P. 198

(2)Cohen, and Nagel , op. Cit . p. 124

(٣)جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٦.

(أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)[1]

ويقر هذا المبدأ بأن الأعضاء المشتركة للفئة أ ب والفئة جـ هي نفس الأعضاء المشتركة للفئة أ والفئة ب جـ وكذلك مجموع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ + ب والأعضاء التي تندرج تحت الفئة جـ هي نفس الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ مضافة إليها أعضاء الفئة ب + جـ أو حاصل الضرب المنطقي للفئة أ ب والفئة جـ يكون في هوية مع حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب جـ وأن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ+ب والفئة جـ يكون في هوية مع الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب + جـ، ففئة الضرب وفئة الجمع تكون في حالة تجميع بحيث نقول أن مجموعة الأعضاء المكونة أو المنفصلة للفئات[2]. تكون في هوية.

كما نجد لهذا المبدأ صدأ في حساب القضايا على النحو التالي:

ق (ك.م) ≡ (ق.ك)م وهي تقابل أ (ب جـ) = (أ ب) جـ

وتقرأ القول بصدق القضية ق والقضية العطفية (ك.م) معاً يكافئ القول بصدق القضية م والقضية العطفية (ق.م) معاً وكذلك، ق∨(ك∨ م) ≡ م∨ (ق∨ ك) وهي تقابل أ+(ب+جـ) = جـ + (أ + ب) وتقرأ القول بصدق القضية ق أو صدق القضية الفصلية (ك ∨ م) يكافئ القول بصدق القضية م أو القضية الفصلية (ق ∨ك) [3].

٦-مبدأ الاستغراق Principle of distribution

أ+ (ب جـ) = (أ + ب) × (أ + جـ)

أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ) [4]

فبالنسبة لأي فئة أ، ب، جـ الجمع المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي للفئة ب والفئة جـ يكون نفس ضرب الجمع الفئة (أ + ب) والفئة (أ + جـ)، ومن ناحية أخرى لأي فئة أ، ب، جـ ضرب الفئة أ والفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي (ب + جـ) يكون نفس جمع الضرب المنطقي للفئة أ ب والفئة أ جـ[5].

فهذا المبدأ يقر بأن أي عضو ينتمي إما إلى الفئة أ أو إلى كل من الفئة ب والفئة جـ يجب أن ينتمي إما إلى الفئة أ أو إلى الفئة ب ويجب أيضاً أن ينتمي إلى الفئة أ أو الفنة جـ،

---

(1)Eaton, Op. Cit. P. 436

(2)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 279

(3) د/ عزمي إسلام، اسس المنطق الرمزي، ص ١٥٩.

(4)Grumberg. Op. Cit. P. 195

(5)Langer, Op. Cit. P. 198

وكذلك بالنسبة للضرب كل عضو ينتمي إلى كل من الفئة أ وإما إلى (ب، جـ) يجب أن ينتمي إما إلى كل من أ، ب أو كل من أ، جـ[1].

نجد أن القانون الأول من هذا المبدأ غير قائم من الحساب حيث أن

٣ + (٢×٤) ≠ (٣+٢) × (٣+٤)

والقانون الثاني في الضرب قانون جبري عادي حيث أن

٣× (٢+٤) = (٣×٢) + (٣×٤)[2]

ويقول كل من شبير وتشوه في ذلك أن، القانون الأول وهو استغراق الجمع للضرب قانون غير قائم في الرياضيات، أما القانون الثاني وهو استغراق الضرب للجمع يكون قانون جبري عادي قائم في الرياضيات[3].

ونجد لهذا المبدأ صيغة تقابله في حساب القضايا على النحو التالي:

ق. ∨. ك. ع ≡ ق ∨ ك. ق ∨ع

ق. ك. ∨ .ع ≡ ق. ك. ∨. ق. ع[4]

بالنسبة للصيغة الأولى تقرأ القول بأن ق صادقة أو ك. ق صادقتان معا يكافئ القول بأن إما ق صادقة أو ك صادقة وق صادقة أو ع صادقة، أما بالنسبة للصيغة الثانية تقرأ أن القول بأن ق, ك صادقتان معا أو ع صادقة يكافئ القول بأن ق وك صادقتان أو ق وع صادقتان معا.

٧-مبدأ التحصيل الحاصل Principle of tautology

أ × أ = أ، أ + أ = أ[5]

وهذا المبدأ يقر بأن حاصل الضرب المنطقي بالنسبة لأي فئة في نفسها ينتج نفس الفئة وأن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة مع نفسها ينتج نفس الفئة.

وبالنسبة للضرب المنطقي لهذا المبدأ، أنك إذا فرزت من عالم الأشياء أعضاء الفئة أ ثم كررت العملية مرة أخرى وفرزت أعضاء الفئة أ كانت الأعضاء في كلتا الحالتين هي

---

(1) Copi, "symbolic logic", P. 334
(2) Ambrose, and, Lazerowitz, Op. Cit. P. 302
(3) Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 280
(4) Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 302
(5) Ibid. P. 308

نفسها[1]. وقد عبر بول عن مبدأ التحصيل الحاصل بالنسبة للضرب أن =أ فإن هذا المبدأ له أكبر الأهمية في مساعدتنا في رد نتائجنا وتحويلها إلى صور تتفق والتفسير المطلوب[2].

أما بالنسبة لمبدأ التحصيل الحاصل في حالة الجمع إذا أضفنا الفئة أ إلى نفسها عدة مرات تكون في هوية مع الفئة نفسها أي أ + أ ....=أ .

وكل من المبدأين يوجد اختلاف بينهما وبين الجبر العادي[3]، فإننا في الجبر المألوف نجد أ × أ = أ٢ وفي حالة الجمع نجد أ + أ = ٢أ وهذا يختلف عن جبر المنطق.

كما نجد لهذا المبدأ صيغة تقابله في حساب القضايا على النحو التالي:

أ × أ = أ وتقابل الصيغة ق. ق≡ق

أ + أ = أ وتقابل الصيغة ق ∨ ق =ق[4]

والصيغة الأولى تقرأ بأن القول ق، ق صادقتان معاً يكافئ القول بأن ق صادقة، وبالنسبة للصيغة الثانية القول بأن ق صادقة أو ق صادقة يكافئ بأن ق صادقة.

٨-مبدأ الاستنفاد Principle of absorption

أ + (أ ب) = أ ، أ × (أ + ب) = أ

وهذا المبدأ يقر بأن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي أ ب يساوي الفئة أ وحاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن الجمع المنطقي (أ + ب) تساوي الفئة أ[5].

ولتوضيح المبدأ الأول نفترض أن الرمز (أ) يشير إلى فئة الطلبة والرمز (ب) يشير إلى فئة المجتهدين وهي لا تمثل إلا جزء من الفئة أ أي فئة الطلبة، لذا فالقول بأن الفئة التي تتكون إما من فئة الطلبة أو الطلبة المجتهدين لا تزيد عن قولنا بفئة الطلبة[6].

إما بالنسبة للمبدأ الثاني نجد أن الأعضاء المشتركة بين فئة الطلبة أو فئة المجتهدين تكون في هوية مع فئة الطلبة.

أن الفئة أ ب تكون مستغرقة في الفئة أ لذلك إضافة الفئة أ إلى الفئة أ ب تساوي الفئة أ وأن الأعضاء المشتركة بين الفئة أ + ب تكون في هوية مع الفئة أ نفسها[7].

---

(1) د/ ذكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، الجزء الأول، ص١٩٥.

(2) جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٨.

(3)Cohen, and Nagel. Op. Cit. P. 124

(4) د/ محمود زيدان، المرجع السابق، ص٢٥٦.

(5)Eaton, Op. Cit. P. 440

(6) د/ عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص٦٢.

(7)Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 309

Principle of simplification ٩-مبدأ التبسيط

أ ب ⊂ أ، أ ⊂ أ + ب

بالنسبة للقانون الأول الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب أي ب تكون متضمنة في الفئة أ [1]، بمعنى إذا كان كل عضو من أعضاء الفئة أ ب هو عضو من أعضاء الفئة أ وإن الفئة أ ب تحتوي كل الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب، فإن الفئة أ ب تكون متضمنة في الفئة أ وهذا القانون يقر بأن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون دائماً متضمنة في الفئة أ وفئة فرعية منها.

أما القانون الثاني يقر بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي (أ + ب)[2]، فإذا كانت الفئة أ + ب تحتوي أعضاء الفئة أ والفئة ب وأن كل عضو في الفئة أ يكون أيضاً عضواً في الفئة أ + ب فإن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة أ + ب وفئة فرعية sub class منها.

وعلى أساس هذا المبدأ تكون الفئة الفارغة متضمنة في كل فئة وأن كل فئة متضمنة في الفئة الشاملة[3]، أي صفر ⊂ أ و أ ⊂ ١.

ونجد لمبدأ التبسيط صيغة تقابله في حساب القضايا على النحو الآتي:

ق ⊂ (ق ∨ك) وتقرأ إذا كانت ق صادقة يلزم أن تكون ق أو ك صادقة أي أن صدق القضية ق يلزم عنه صدق إحدى القضيتين ق أو ك على الأقل.

والصيغة ق. ك ⊂. ق

وتقر إذا كانت القضية العطفية (ق.ك) صادقة لزم عن ذلك أن القضايا المعطوفة نفسها صادقة، بالتالي تكون ق صادقة كما تكون ك صادقة أيضاً[4].

Principle of composition ١٠-مبدأ التركيب

١-(أ ⊂ ب) . (جـ ⊂ د) .⊂. (أ جـ ⊂ ب د)

٢-(أ ⊂ ب) . (جـ ⊂ د) .⊂. (أ + جـ ⊂ ب+ د)

بالنسبة للقانون الأول إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب والفئة جـ متضمنة في الفئة د إذن الضرب المنطقي للفئة أ والفئة جـ تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن الضرب

---

(1)Quine, "Mathematical logic",. P. 186
(2)Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 318
(3)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

(4) عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ١٥٨.

المنطقي للفئتين ب،د[١]، وهذا المبدأ يقر بأنه إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب وأن الفئة جـ متضمنة في الفئــة د يلـزم عن ذلـك أن الفئـة المشـتركة أ ب تكـون متضمنـة فـي الفئـة المشتركة ب د.

بالنسبة للقانون الثاني، إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب والفئة جـ متضمنة فـي الفئة د لزم عن ذلك كله أن الفئة أ + جـ تكون متضمنة في الفئة ب + د[٢].

١١-مبدأ القياس Principle of syllogism

أ ⊃ب. ب ⊃ جـ .⊂. أ ⊃ جـ[٣]

وهذا المبدأ يقر إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب والفئة ب متضمنة في الفئة جـ يلزم عن ذلك الفئة أ تكون متضمنة في الفئة جـ[٤]. فإذا كان كل عضو في الفئة أ هو عضو في الفئة ب وأن كل عضو في الفئة ب هو عضو في الفئة جـ لزم عن ذلـك أن كـل عضـو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة جـ وهذه العلاقة بين الفئات تسمى علاقة التعدي[٥].

ومثال ذلك إذا كانت كل القطط ثدييات وكل الثدييات فقريات يلزم عن ذلـك أن كـل القطط تكون فقريات[٦]. وبذلك تكون فئة القطط متضمنة فـي فئـة الثدييـات وفئـة الثدييـات متضمنة في فئة الفقريات وعلى ذلك فإن فئة القطط تكون متضمنة في فئة الفقريات.

ولهذا المبدأ صيغة تقابله في حساب القضايا على النحو التالي:

(ق ⊂. ك. ك ⊂. م) ⊂ (ق ⊂. م)[٧].

ونقرأ إذا كان صدق القضية ق يلزم عنه صدق القضية ك وصدق القضية ك يلـزم عنه صدق القضية م يلزم عن ذلك كله أن صدق القضية ق يلزم عنه صدق القضية م.

---

(1)Cohen, and Nagel. Op. Cit. P. 124

(٢) عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ٦٧.

(3)Quine, "Mathematical logic", P. 185

(4)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

(5)Alexander, Op. Cit. P. 164

(6)Ibid. P.164

(٧) د/ محمود زيدان، المرجع السابق، ص ٢٥٧.

الفصل الخامس

المغالطات والمفارقات ومنطق الفئات

تمهيد :

مما لا شك فيه أن التفكير المنطقي قائم على مبادئ منطقية ، ومخالفة أي مبدأ من هذه المبادئ تحت ستار الصدق ينشأ عنه مغالطة منطقية في حين إثبات صدق مبدأ معين من هذه المبادئ وإثبات صدق نقيض هذا المبدأ في الوقت نفسه وعلى أساس منطقي سليم تنشأ عنه مفارقة منطقية ، لذا نناقش في هذا الفصل أهم الأغاليط المنطقية القائمة على منطق الفئات وكيفية تجنبها وأيضاً أهم المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفئات وكيفية حل هذه المفارقات .

تحديد معنى المغالطة والفرق بينها وبين المفارقة

على الرغم من وضع مبادئ للمنطق والتي تعد الأساس الذي يقوم عليه التفكير المنطقي عن طريق العقل ينشأ عنه أخطاء ، فلابد من اكتشافها عن طريق العقل نفسه لبناء نسق منطقي متكامل من حيث قواعد البناء ومعالجة القصور الناجم عن طريق العقل في وضع تلك القواعد ، حيث يقول مالبرانش " لا يكفي أن يقال العقل قاصر بل لابد من إشعاره بما عليه من قصور ولا يكفي أن يقال أنه عرضة للخطأ بل يجب أن نكشف له عن هذا الخطأ " [1] والمغالطة المنطقية لا تكون واضحة كل الوضوح لأي إنسان ، وإنما يقوم باكتشافها المنطقي فقط الذي يكون له دراية بعلم المنطق وقوانينه وعلاقاته واستدلالاته .
ويستخدم اصطلاح المغالطة ليشير إلى أي نوع من أنواع الاعتقاد الخاطئ مهما كانت سبله وفي هذا المعنى قد يقال إن النساء لا يفكرن بطريقة منطقية " قول ينطوي على مغالطة " ، [2] Fallacy ولذا تكون المغالطة في أوضح صورها هي " مخالفة مبدأ منطقي معين تحت ستار الصدق أو ادعاء الصحة . [3]

و إذا كانت الفئة أَ هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تندرج تحت الفئة أ وأنه لا يوجد عضو مشترك بين الفئة أ والفئة أَ وهذا هو مبدأ منطقي ، فالقول بأن س عضو في الفئة أ وفي نفس الوقت عضو في الفئة أَ يمثل مخالفة لهذا المبدأ وهذه المخالفة تعد بمثابة مغالطة منطقية فعندما نقول أن س ∈ أ ، س ∈ أَ ، أي أن س عضو في الفئة أ وأيضا عضو

١ - د/ عبد الرحمن بدوي ، المنطق الصوري و الرياضي ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة ، ١٩٦٢م ، ص ٢٤١ .
٢ - د/ محمد مهران ، " مبادئ التفكير المنطقي " ، ص ٢٢٦ .
٣ - د/ إمام عبد الفتاح إمام ، " محاضرات في المنطق " ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، القاهرة ، ١٩٨٥ ، ص ١١٦ .

في الفئة المتممة لها أ َ في نفس الوقت ، هذا القول ينطوي على مغالطة منطقية والصحيح إما أن س عضو في الفئة أ وإما أنه عضو في الفئة المتممة أ َ وباختصار يمكن تعريف المغالطة بوجه عام بأنها قضية تبدو صادقة ولكنها ليست كذلك .

وإذا كانت المغالطة المنطقية هي مخالفة مبدأ منطقي معين تحت ستار الصدق أو ادعاء الصحة ، فهذا المعنى يختلف عن معنى المفارقة المنطقية .

فالمفارقة المنطقية تكون واضحة عندما يكون لدينا قضيتان متناقضتان ق ، ~ ق وصادقتان في نفس الوقت أو وجود قضيتين متناقضتين ونستطيع البرهنة على صدقهما في وقت واحد ، فالمفارقة تكون بسيطة ونستطيع الكشف عن الخاصية الدقيقة للتضمن الخاطئ عندما نمتلك صحة قضيتين متناقضتين بوضوح . (١)

وعلى ذلك نستطيع القول بأن المفارقة تنشأ في حالة البرهنة على صحة مبدأ منطقي معين والبرهنة على نقيض هذا المبدأ في الوقت نفسه .

فإذا قال شخص ما " إني أكذب " ، (٢) فهل هذا الشخص يكذب أو لا يكذب لو كان يكذب لكان صادقا في قوله ولو كان لا يكذب كان كاذبا في قوله وهنا نجد إثبات صدق القضية وإثبات صدق نقيضها في الوقت نفسه مما ينشأ عنه مفارقة منطقية .

فالقضية التي نستطيع إثبات صدقها وكذبها في الوقت نفسه لا تكون متضمنة في المفارقة وإنما المفارقة تكون متضمنة فيها ، فالقول " إني أكذب " هذه القضية تكون كاذبة تحتوي قضية أصلية حقيقية يجب أن تحتوي واحدة تقر موضوعها في التعبير ، هذه القضية كاذبة ، وإن هذه القضية لا تكون متضمنة في تناقضها المقرر ولكن هذا التناقض يكون متضمنا فيها (٣) والواقع أن هذا الشخص الذي يقول أنني أكذب إنما يقول " هناك قضية أقررها وهي كاذبة " . (٤)

كذلك لو قلنا " سقراط جميل " فهل هو حاصل على الجمال كله أو بعضه ، فإن كان كله فكيف يكون غيره جميلاً وإن كان بعضه فكيف يوصف بالجمال كله هذه تكون

---

1 - **Lewis** , and **Langford** , " **Symbolic logic** ",. P. 439

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٨

3 - **Lewis** , and **Langford** , op. cit. P. 439

٤ - د/ محمد مهران ، " فلسفة رسل " ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٨٦ ، ص ٢٧٥

مفارقة [١] فالمفارقة هنا تكون متضمنة في قضية " سقراط جميل " ، وليست قضية سقراط جميل متضمنة في المفارقة .

وهكذا تنشأ المفارقة عندما نستطيع إثبات صدق القضية وإثبات نقيضها في الوقت نفسه على أساس منطقي سليم أو عندما يكون لدينا قضيتان متناقضتان و كل منهما صادقة ، فالمفارقة المنطقية تنشأ كلما تبدو لنا وجود قضيتين متناقضتين وكل منهما صحيحة في الأساس المنطقي أو الأسباب المنطقية . [٢]

وعلى ذلك تكون المغالطة هي مخالفة مبدأ منطقي معين تحت ستار الصدق أو إدعاء الصحة في حين أن المفارقة هي إثبات صدق القضية ونقيضها في نفس الوقت وعلى أساس منطقي سليم .

أهم المغالطات المنطقية المتعلقة بنظرية الفئات

مما لا شك فيه أن بناء النسق المنطقي لنظرية الفئات اعتمد على مجموعة من المبادئ المنطقية ونجمت عن هذه المبادئ مجموعة من المغالطات المنطقية فنحاول التعرف على هذه المغالطات وكيفية تجنبها .

١ ـ مغالطة الاشتراك Fallacy Of Equivocation

تنشأ مغالطة الاشتراك عندما يكون لكلمة واحدة أكثر من معنى وكل معنى يمثل فئة من الأعضاء ونستخدم هذه الكلمة بدون تحديد للمعنى المراد من هذه الكلمة حيث توجد كلمات قليلة لا تحتوي على أكثر من معنى واحد والمغالطة تأخذ طريقة واحدة عندما نستخدم نفس الكلمة لشيئين مختلفين . [٣]

ويرى جيفونز ، على الرغم من وجود كلمات كثيرة وكل منهما تحمل معنى واحد إلا أن توجد بعض الكلمات تحمل أكثر من معنى ، لذا يجب أن نتعامل مع كل كلمة لها معنيان على أنها كلمتان وليست كلمة واحدة ، حيث يقول ، في الواقع كل كلمة لها معنيان يجب اعتبارها كلمتين لا كلمة واحدة . [٤]

---

١ ـ د/ ثابت الفندي ، " أصول المنطق الرياضي " ، ص ١٢٧ .

2 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 439

3 - Cohen , and Nagel , " An introduction to logic and scientific method " , P. 377

٤ ـ جيفونز ،أصول المنطق ، ص ١٢٤ .

واللفظ المشترك كما يقول الغزالي هو اللفظ الذي يحتوي على أكثر من معنى وكل معنى من هذه المعاني يعبر عن فئة تحمل خصائص معينة لا يحملها المعنى الآخر وكل هذه المعاني التي تعبر عن فئات تكون في حالة استبعاد متبادل ، بحيث لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئات الناتجة عن تلك المعاني ، حيث إن الاسم المشترك هو المختلف في المعنى والمتحد في اللفظ . [1]

وإذا كان اللفظ المشترك هو الذي يعبر عن أكثر من معنى وكل معنى يمثل فئة فما سبب وجود تراكم المعاني على لفظ واحد معين بذاته ، يقول الفارابي ، الحد المشترك هو أن يكون إسماً ما دالاً على ذات شئ أو راتباً عليه دائماً من أول ما وضع فيلقب به في الحين بعد الحين شئ آخر لمواصلته للأول بنحو ما من أنحاء المواصلة أي نحو كان من غير أن يجعل راتباً للثاني ودالاً على ذاته ، [2] وهنا نجد الفارابي يرى بأن سبب وجود حد له أكثر من معنى أن يكون لهذا الحد معنى يلقب به وبعد مرور الوقت ينشأ لهذا الحد معنى آخر ويشير إلى أشياء أخرى لا تندرج تحت المعنى الأول .

لو أخذنا مثلاً لفظ نجم نجد هذا اللفظ أول معنى له يشير إلى النجم السماوي الذي يسطع في السماء وقت الليل ، ومع مرور الأيام وجد أن لفظ نجم كان له معنى آخر بجانب المعنى الأول وهو كل فنان يطلق عليه نجم وهنا نجد اللفظ واحد يدل على أكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فئة من الأعضاء ، وبذلك تنشأ مغالطة الاشتراك عندما نستخدم اللفظ الذي يحمل أكثر من معنى دون تحديد المعنى المقصود .

وأيضاً اسم العين يقال على العضو الذي به يبصر وعلى ينبوع الماء ، [3] فلفظ العين هنا يحمل أكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فئة تحتوي على خصائص معينة ، فالمعنى الأول لكلمة عين هي فئة كل عين تبصر والمعنى الثاني لكلمة عين هي فئة كل عين تخرج الماء من باطن الأرض .

ويرى الفارابي أيضاً ، لا تقتصر مغالطة الاشتراك على وجود حد له أكثر من معنى وكل معنى يحتوي على خصائص معينة وأعضاء بعيدة كل البعد عن المعنى الآخر ، ولكن من الممكن أن نجد حدا يحتوي على حدود أخرى متضمنة فيه ، بمعنى أن يكون هذا الحد معبراً عن فئة شاملة Universal Class وتحتوي على فئات فرعية منه وهذه

---

١ - الإمام الغزالي ، " معيار العلم " ، ص ٨٢ .
٢ - الفارابي ، كتاب في المنطق " العبارة " ، ص ١٩ .
٣ - نفس المرجع ، ص ٢٠ .

الفئات الفرعية تشترك في خصائص أساسية وتختلف في بعض الخواص وكل فئة يكون لها أعضائها وخصائصها ، فيقال على الاسم المشترك منه على شيئين لأجل مشابهة أحدهما الآخر ، في المعنى الذي دل عليه ذلك الإسم من أحدهما بل في عرض ما مثل الإنسان وثمة الفرس يقال عليها جميعاً حيوان ، واسم حيوان يدل من أحدهما على جسم منفذ حساس ومن الثاني على شكل متغذ حساس ، [1] وهذا يعني أن فئة الحيوانات تعبر عن لفظ مشترك لأكثر من فئة ، فالإنسان حيوان والقط حيوان وهنا نجد أن فئة الإنسان تشترك مع فئة القطط في خصائص أساسية وهي الحيوانية مع الاختلاف في خصائص معينة خاصة بكل فئة .

وعلى ذلك من الممكن أن يكون أي حد من حدود القياس موضوعا لهذه المغالطة ولكن عادة يكون الحد الأوسط وذلك عندما يستخدم بمعنى في إحدى المقدمات بينما يستخدم بمعنى آخر في المقدمة الأخرى ، [2] فالقياس بطبيعته يتكون من ثلاث فئات والفئة المشتركة بين المقدمتين تسمى الحد الأوسط فإذا كان الحد الأوسط يحمل أكثر من معنى فهذا الحد ينطوي على مغالطة تسمى مغالطة الاشتراك .

وإذا كانت مغالطة الاشتراك تظهر بوضوح عندما نستخدم لفظا واحدا بأكثر من معنى ، فإن جذور هذه المغالطة ترجع إلى المنطق الأرسطي ، والذي عرض لنا أكثر من مثال للحدود التي تنطوي على مغالطة الاشتراك ، يقول ، " قولنا الزاوية الحادة للتي هي أصغر من قائمة وقولنا سكين حادة ، [3] فلفظ حادة هنا يحتوي على اكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فئة ، بالنسبة للمعنى الأول نقول حادة وتتعلق بالزوايا التي تقل عن ٩٠ درجة والمعنى الثاني ، نقول حادة بالنسبة للسكين ، وأيضا بالنسبة للفظ حمار يقول أرسطو ، قولنا للآلة حمار وللحيوان حمار ، [4] ونلاحظ من خلال المثال السابق بأن لفظ حمار يكون مشتركا ويشير إلى أكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فئة تحتوي خصائص معينة لا تحتويها أي فئة أخرى .

وإذا كانت مغالطة الاشتراك تنشأ في حالة وجود لفظ له أكثر من معنى وعندما نستخدم هذا اللفظ لا نحدد المعنى المقصود من المعاني التي يحملها هذا اللفظ ، فكيف

١ - الفارابي ، كتاب في المنطق " العبارة " ص ٢١
٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، الأغاليط المنطقية ، رسالة ماجستير ، غير منشورة ، جامعة القاهرة ، ١٩٨٥ ، ص ٢٣٩ .
٣ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان،ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ٢ ،ص ٤٩٥ .
٤ - نفس المصدر والصفحة .

نتجنب الوقوع في هذه المغالطة ؟ في الواقع أجاب عن هذا السؤال الدكتور / إسماعيل عبد العزيز حيث يقول ، إذا كانت معظم الكلمات تنطوي على أكثر من معنى فإننا حين نستخدم هذه الكلمات المشتركة إنما يكون في ذهننا أننا نعني معنى واحداً من معانيها العديدة التي تنطوي عليها ، لذا نحافظ على هذا المعنى طوال عملية الاستدلال وبالتالي لا ينشأ عن ذلك مغالطات Fallacies لأن من الحقائق المعروفة جيداً أن اللفظ المفرد قد يكون له معاني كثيرة متنوعة وليس ثمة ضرر في هذه الحقيقة لأن السياق عادة ما يحدد أيا من هذه المعاني هو المقصود . (١)

٢ - أغاليط التركيب والتقسيم

إذا كانت الفئة هي مجموعة من الأعضاء التي تشترك في خصائص معينة وكل عضو من هذه الأعضاء يحمل هذه الخصائص ، فعندما نستدل من الخصائص التي يحتويها العضو على الخصائص التي تحتويها الفئة التي يندرج تحتها العضو تنشأ مغالطة التركيب ، وعندما نستدل من الخصائص التي تحتويها الفئة على الخصائص التي يحتويها العضو الذي يندرج تحت هذه الفئة تنشأ مغالطة التقسيم .

تظهر مغالطة التركيب Fallacy Of Composition بوضوح عندما نستنبط من خصائص الأعضاء خصائص الفئة التي تحتوي هذه الأعضاء ، (٢) أي الاستدلال على خصائص الفئة من خلال الخصائص التي تحتويها الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة .وعلى ذلك تنشأ مغالطة التركيب عندما نشير إلى أجزاء الفئة إلى الفئة ككل . (٣)

فالاعتقاد بأن ما ينطبق على الجزء الذي يندرج تحت الكل هو ما ينطبق على الكل نفسه الذي يحتوي الجزء ، أو حكمنا على خصائص الفئة يكون مبنياً على أساس خصائص الأعضاء التي تحتويها الفئة ، أي الانتقال من السمات الخاصة بأجزاء الكل إلى سمات الكل نفسه ، (٤) ينشأ عنه مغالطة التركيب .

يقول جيفونز لا يمكن أن نعتبر أخلاق أحد صعاليك الإسكندرية مثلاً عينة لأخلاق أهل المدينة بأسرها ، أو أن أخلاق بعض التجار الإنجليز هي أخلاق الأمة بأسرها ، (٥)

---

١ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " الأغاليط المنطقية " ، ص ٢٣٦ .

2 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 377

3 - Schipper , and Schuh , " A first course in modern logic " . P. 50

٤ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " الأغاليط المنطقية " ، ص ٢٤٧ .

٥ - جيفونز ، المرجع السابق ، ص ١٣٢ .

هذا العضو ، ولذلك لا نستطيع الاستدلال من الخصائص التي يحتويها كل عضو من أعضاء الفئة على الخصائص التي تحتويها الفئة نفسها .

وبالنسبة لمغالطة التقسيم تكون عكس مغالطة التركيب وهي تنشأ عندما نستدل من خصائص الكل على خصائص الجزء الذي يندرج تحت الكل ، [1] فالاستدلال على خصائص العضو الذي يندرج تحت فئة من خلال الخصائص التي تحتويها هذه الفئة تنشأ مغالطة التقسيم **Fallacy Of Division** .

فإذا كانت الفئة هي مجموعة من الأعضاء التي تحتوي على خصائص مشتركة فالإعتقاد بأن ما يصدق على الفئة يصدق على كل عضو من أعضاء هذه الفئة على حدة يكون إعتقادا خاطئا ، لذا تنشأ مغالطة التقسيم عندما نقرر ان ما يكون صادقا بالنسبة للكل يكون بالضرورة صادقا بالنسبة لأجزاء هذا الكل . [٢]

وعلى ذلك تنشأ مغالطة التقسيم بسبب الاستدلال من خصائص مجموعة الأعضاء على خصائص الأعضاء نفسها إعتقادا بأن ما يصدق على الفئة يصدق على أفرادها ، بمعنى أننا إذا أثبتنا أو نفينا صفة لفئة من الأعضاء فإنه يجب علينا أن نثبتها لكل عضو أو ننفيها عنه . [٣]

ويقول أرسطو في ذلك ، فإن القول إذا قصد به شئ فليس يظن به دائما إذا فصل وركب إنه يدل على معنى واحد بعينه ، [٤] وهذا يعني إذا كان لدينا تصور معين وهذا التصور يعبر عن فئة تحمل خصائص معينة وقسمنا هذه الفئة إلى أعضائها فهذا لا يلزم عنه بأن كل عضو من أعضاء هذه الفئة يعطي نفس المعنى التي تعطيه الفئة التي تحتويه ، فالمغالطة هنا هي الاعتقاد بأن ما ينطبق على الفئة التي تحتوي الأعضاء ينطبق بنفس معناها على الأعضاء التي تحتويها هذه الفئة .

فالقول بأن الناس كثيرون وأن سقراط إنسان إذن سقراط كثير ، فالمغالطة هنا افتراض أن القول الذي ينطبق على الفئة ينطبق على الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة ، [٥] وهذا يعني إذا كانت فئة الناس تحمل خاصية كثيرين فليس معنى ذلك أن كل عضو من أعضاء فئة الناس يحمل هذه الخاصية

لذا تنشأ مغالطة التقسيم عندما نستدل بنحو فاسد على خصائص العضو الذي يندرج تحت الفئة من خصائص الفئة التي تحتوي هذا العضو ، اعتقادا بأن ما يصدق على الكل من خصائص

---

1 - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 51

* انظر أيضا في ذلك

* Cohen , and Negel , op. cit. P. 377

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " الأغاليط المنطقية " ، ص ٢٤٨ .

٣ - نفس المرجع ، ص ٢٤٨ .

٤ - أرسطو ، السوفسطيقا ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ،جـ٣ ، ص ٧٦٥ .

5 - Stebbing , " Amodern introduction to logic ," P. 161

يصدق بالضرورة على كل جزء من أجزاء هذا الكل ، وعلى ذلك لا نستطيع القول بأن فريق كرة القدم جيد فيكون كل لاعب فيه جيد ، [1] فالمغالطة هنا افتراض أن ما ينطبق على فريق كرة القدم ككل ينطبق على كل عضو من أعضاء هذا الفريق .

وكذلك لو قلنا طلبة الجامعة يدرسون كل العلوم ، فهل معنى ذلك أن كل طالب في الجامعة يدرس كل العلوم فالمغالطة هنا تشير إلى الاعتقاد الخاطئ بأن ما ينطبق على الكل ينطبق على الجزء الذي يندرج تحت الكل .

ولكي نتجنب الوقوع في هذه المغالطة لابد أن نميز بدقة بين الخصائص التي تحتويها الفئة والخصائص التي يحتويها كل عضو من أعضاء الفئة ، فكل ما ينطوي على الفئة ليس بالضرورة ينطوي على أعضاء هذه الفئة .

٣ - أغاليط النمط Type Fallacies

وتنشأ هذه المغالطة في حالة الخلط بين التضمن والانتماء فالقول بأن الإنسان حيوان تكون فئة الإنسان متضمنة في فئة الحيوانات وفئة الناس فئة فرعية من فئة الحيوانات وكل إنسان يكون عضوا في فئة الناس وعضوا في فئة الحيوانات ، فالتضمن علاقة بين فئة وفئة أخرى فرعية منها ولكن الإنتماء يكون بين عضو وفئة يندرج تحتها . [2]

وكذلك عندما نقول الكلاب حيوانات هنا تكون علاقة تضمن بين فئة الحيوانات وفئة الكلاب وأن فئة الكلاب فئة فرعية من فئة الحيوانات وأن كل كلب يكون عضوا في فئة الكلاب والحيوانات وهي علاقة انتماء . [3]

ونظرا لوجود فارق أساسي بين علاقة التضمن وعلاقة الإنتماء وأن الفئة لا يمكن أن تكون عضوا والعضو لا يمكن أن يكون فئة في نفس الوقت ، لذا لابد أن نميز بين علاقة التضمن وعلاقة الإنتماء لأن الخلط بينهما يؤدي إلى مغالطة تسمى أغاليط النمط . [4]

---

1 - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 51
2 - Reichenbach , " Elements of symbolic logic " . P. 198
3 - Ambrose , and Lazerowitz , " Fundamentals of symbolic logic " P. 225
4 - Ibid. P. 225

ويقول كواين ، الحالة التي تكون فيها الصيغة أ $\supset$ ب صادقة قد تصدق فيها الصيغة أ $\in$ ب وقد لا تصدق ، فمثلاً فئة القطط تكون متضمنة في فئة الحيوانات أي أ $\supset$ ب وكل قط يكون حيواناً ولكن فئة القطط ليست عضواً في فئة الحيوانات ، [1] أي أ $\notin$ ب .

فإذا كانت الفئة أ وهي فئة القطط متضمنة في الفئة ب وهي فئة الحيوانات وكل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة ب ، فلا يصح القول بأن الفئة أ تكون عضواً في الفئة ب والمغالطة تنشأ من خلال الخلط بين علاقة التضمن القائمة بين فئة وفئة وعلاقة الإنتماء القائمة بين عضو وفئة فالقول بأن أ فئة متضمنة في الفئة ب وفي نفس الوقت نقول أ عضو في الفئة ب ، فهنا نعتبر أ فئة وعضو في نفس الوقت وهذا القول يؤدي إلى مغالطة تسمى أغاليط النمط .

كذلك القول بأن الفلاسفة مثقفون نجد أن فئة الفلاسفة تكون متضمنة في فئة المثقفين وأن كل فيلسوف يكون عضواً في فئة الفلاسفة وأيضاً عضواً في فئة المثقفين ، ولذا لا يصح القول بأن الفلاسفة تكون عضواً في فئة المثقفين ، فاعتبار الفلاسفة فئة متضمنة في فئة المثقفين وفي نفس الوقت عضو في فئة المثقفين تنشأ المغالطة أي عندما تصدق العلاقة أ $\supset$ ب لا تصدق العلاقة أ $\in$ ب . إذن صدق الصيغة أ $\supset$ ب يلزم عنه كذب الصيغة أ $\in$ ب وفي حالة اعتبار الصيغة أ $\in$ ب صادقة في الوقت التي تصدق فيه الصيغة أ $\supset$ ب تنشأ المغالطة والتي تنشأ من خلال الاعتقاد الخاطئ بأن أ تكون فئة وعضواً في نفس الوقت .

ومن ناحية أخرى يقول كواين ، الحالة التي تصدق فيها الصيغة أ $\in$ ب قد تكون فيها الصيغة أ $\supset$ ب صادقة وقد تكون غير صادقة [2] ، فالقول بأن قريش قبيلة عربية يدل على ان قريش مأخوذة كوحدة واحدة عضو في فئة القبائل العربية ولكنها ليست متضمنة في القبائل العربية لأننا لا نستطيع القول بأن كل فرد فيها إنه قبيلة عربية . [3]

وأيضاً القول بأن مصر عضو في منظمة الأمم المتحدة فليس معنى ذلك بأن كل فرد من فئة المصريين يكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة أي أن مصر تكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة ولكنها ليست متضمنة في فئة منظمة الأمم المتحدة لأننا لا نستطيع القول بأن كل مصري يكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة .

---

1 - Quine " Mathematical logic ,". P. 185

2 - Ibid. P. 185

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦١ .

وكذلك القول بأن فئة الجبال في كندا تكون عضواً في فئة فئات الموضوعات الفيزيقية فلا يمكن أن يكون كل عضو في فئة الجبال في كندا عضواً في فئة الفئات الموضوعات الفيزيقية ، [1] وهنا نلاحظ أن فئة الجبال في كندا تكون عضواً في فئة الفئات الموضوعات الفيزيقية ولا تكون متضمنة فيها لأننا لا نستطيع القول بأن كل جبل من الجبال في كندا يكون عضواً في فئة الفئات الموضوعات الفيزيقية ، فإذا كان الأمر كذلك أن يكون العضو الذي يكون عضواً في فئة الجبال ، وعضواً في فئة الفئات الموضوعات الفيزيقية فئة وهذا محال ، فمن اللغو أن نقول أن الفئة شئ طبيعي ، فإن الفئة أ لا تكون متضمنة في الفئة ب ، إلا إذا كان جميع أعضاء الفئة أ أعضاءً في الفئة ب ، وعلى ذلك تكون فئة الجبال في كندا متضمنة في فئة الأشياء الفيزيقية وكل عضو في الفئة الأولى عضو في الفئة الثانية إذن كل جبل شئ فيزيقي . [2]

وعلى ذلك فإن صدق الصيغة أ $\in$ ب يلزم كذب الصيغة أ $\subset$ ب لأن الصيغة الأولى تعني علاقة عضو بفئة والصيغة الثانية تعني علاقة فئة بفئة أخرى فلا يصح أن نعتبر أ فئة وعضو في نفس الوقت .

وإذا كان الخلط بين التضمن والانتماء يؤدي إلى أغاليط النمط فكيف نتجنب الوقوع في هذه الأغاليط ؟ في الواقع يجب أن نحدد أنواع الألفاظ قبل وضع العلاقة بينهما ، فإذا كنا نتعامل مع عضو وفئة فالعلاقة بينهما علاقة انتماء وإذا كنا نتعامل مع فئة وفئة بحيث يكون كل عضو في الفئة الأولى عضواً في الفئة الثانية فالعلاقة بينهما علاقة تضمن ، ولا نستطيع بأي حال من الأحوال أن نعتبر الفئة عضواً والعضو فئة في نفس الوقت ، بالإضافة إلى أن أرسطو لم يقوم بالتنبيه على هذه المغالطة والسبب في ذلك أن أرسطو لم يفرق بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء والذي قام بالتفرقة بينهما بيانو

المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفئات

على الرغم من وجود مفارقات متعددة في المنطق ونظرية الفئات هي النقطة المركزية التي انطلقت منها جميع موضوعات المنطق الأرسطي والحديث ، لذا نحاول عرض أهم المفارقات المتعلقة بمنطق الفئات ووضع حل لهذه المفارقات .

---

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

٢ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦١

١ - مفارقة كانتور Cantor's Paradox

هذه المفارقة ناتجة عن العلاقة بين عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة ، وعدد أعضاء هذه الفئة ، فالفئة الفرعية هي الفئة التي تكون متضمنة في فئة أخرى ، فإذا كانت أ ⊂ ب فإن الفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة ب ، وأن كل عضو من الفئة أ يكون عضواً من الفئة ب ، وإن الفئة ب بجانب احتوائها على فئات فرعية فإنها تحتوي على مجموعة من الأعضاء وهذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة بحيث أن كل مجموعة تمثل فئة فرعية Subclass من الفئة ب .

فإذا قلنا مثلاً فئة الحيوان نجد أنها تحتوي على مجموعة من الأعضاء وأن هذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة مثل فئة الإنسان وفئة القطط وكل فئة من هذه الفئات تمثل فئة فرعية من فئة الحيوان ، فهل عدد الأعضاء التي تحتويها فئة معلومة أكبر من عدد الفئات الفرعية التي تحتويها هذه الفئة ؟ أم أن عدد الفئات الفرعية التي تحتويها هذه الفئة أكبر من عدد الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة ؟ فإذا استطعنا إثبات صحة كل من المبدأين المتناقضين في وقت واحد نشأ عن ذلك مفارقة منطقية

لنأخذ المثال الذي يقدمه لنا رسل من الحياة اليومية ، افرض أن أمامك ثلاثة أنواع من حلوى أ ، ب ، جـ وتركت لك الحرية في أن تختار ما تأكله منها وأن شئت واحد فأكثر أو أن ترفضها جميعاً ، إن أردت فكم طريقة للاختيار مكفولة لديك إنك قد ترفضها جميعاً فهذا اختيار وقد تختار واحد منها وهذا يمكن بطرق ثلاث (أ ، ب ، جـ) وبذلك يكون لديك ثلاث اختيارات وقد تختار اثنين منها وهذا أيضاً يكون بطرق ثلاث (أ ب ، أ جـ ، ب جـ) ويكون لديك مرة أخرى ثلاث اختيارات وقد تتناول الأنواع الثلاثة جميعاً (أ ، ب ، جـ) ويكون لديك اختيار واحد وبذلك يكون المجموع الكلي للاختيارات هو ثماني [١] ، ومن المثال السابق نجد أن عدد الأعضاء في الفئة ثلاثة أعضاء وأن عدد الفئات الفرعية لهذه الفئة هو ثماني فئات فرعية ، لذا يكون عدد الفئات الفرعية لفئة ما أكبر من عدد أعضاء هذه الفئة . [٢]

فإذا كانت ن تشير إلى عدد الأعضاء التي تحتويها فئة معلومة فإن ٢^ن هي عدد الفئات الفرعية التي تحتويها هذه الفئة ، فالفئة التي تحتوي ن من الأعضاء لها ٢^ن من الفئات الفرعية . [٣]

فالفئات الفرعية التي تحتويها فئة معلومة يكون عددها ٢^ن في الوقت الذي تحتوي فيه على ن من الأعضاء ، أي أن عدد الفئات المتضمنة في فئة لها ن من الأعضاء هو ٢^ن . [٤]

---

١ - د/ محمد مهران ، " فلسفة برتراند رسل " ، ص ٢٧٢ .

2 - Whitehead , and Russell , " Principia Mathematica" P. 386

٣ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٥ .

٤ - نفس المرجع ، ص ١٩٥ .

فإذا كان لدينا فئة تحتوي على أربعة أعضاء ، فإن عدد الفئات الفرعية لهذه الفئة هو $٢^{٤}$ وتساوي ١٦ فئة فرعية في الوقت الذي تحتوي فيه هذه الفئة على أربعة أعضاء فقط ، وكذلك إذا فرضنا أن عدد الأعضاء في فئة هو ٩ أعضاء كانت عدد الفئات الفرعية المتضمنة في هذه الفئة هو $٢^{٩}$ تساوي ٥١٢ فئة فرعية .[١]

ومن خلال هذا القانون $٢^{ن}$ والذي يحدد عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة نجد أن الفئة الفارغة The Null class التي لا تحتوي على أعضاء يكون لها $٢^{٠}$ من الفئات الفرعية لا يكون لها فئة فرعية ولا يكون لدينا إلا هي نفسها أي الفئة الأصلية الفارغة .

فالقول بأن الفئة التي لها من الفئات الفرعية ٥١٢ فئة فرعية في حين أنها تحتوي على ٩ أعضاء ، يثبت أن كل فئة لها من الفئات الفرعية أكثر ما لها من الأعضاء ،[٢] ومن الواضح أن $٢^{ن}$ والذي يحدد عدد الفئات الفرعية أكبر من ن وهو عدد الأعضاء ، وأن كانتور قد أثبت أن $٢^{ن}$ أكبر من ن .[٣]

فإذا كان عدد الفئات التي يمكن عملها من فئة معلومة أكبر دائماً من عدد أعضاء الفئة ، وكون $٢^{ن}$ أكبر من ن فإثبات هذه القضية تكون صحيحة حتى تكون ن متناهية ،[٤] وهذا يعني أن إثبات صحة القانون $٢^{ن}$ أكبر من ن يتوقف على أن ن وهي عدد الأعضاء تعبر عن عدد متناهي من الأعضاء وأن ن لا تعبر عن عدد لا متناهي من الأعضاء بأي حال من الأحوال .

بالإضافة إلى أننا لن نتمكن من تكوين فئة جديدة تشتمل على الأعضاء والفئات ولها ن + $٢^{ن}$ من الأعضاء ،[٥] لذلك لابد أن نميز بين الفئات والجزيئات ولابد أن نقول أن الفئة المكونة من جزئيتين ليست بذاتها جزئية جديدة ، فالمعنى الذي توجد فيه الجزئية مختلف عن المعنى الذي توجد فيه الفئات لأن لو كان المعنى في الحالتين واحداً لكان العالم الذي يكون فيه ثلاث جزئيات وثماني فئات عالماً فيه اثني عشر شيئاً .[٦]

وإثبات صحة أن عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفئة يقرر أن عدد الفئات في العالم أكبر من عدد الأفراد ، حيث يقول رسل فمن هذا المنطلق أي ($٢^{ن}$ أكبر من ن) يكون عدد الفئات في العالم أكبر من عدد الأفراد .[٧]

١ - نفس المرجع ، ص ١٩٥.
٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٨ .
٣ - نفس المرجع والصفحة .
٤ - نفس المرجع والصفحة .
٥ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ٢٠٠ .
٦ - د/ محمد مهران ، " فلسفة برتراند رسل " ، ص ٢٧٢ .
٧ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية "، ص ١٩٥ .

فإثبات صحة القانون ٢^ن أكبر من ن والذي يقرر أن عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفئة والذي يلزم عنه أن عدد الفئات في العالم أكبر من عدد الأفراد وهذا من ناحية وإثبات صحة أن الفئة تحتوي على عدد من الأعضاء أكبر من عدد الفئات الفرعية منها وهو التعريف التقليدي للفئة ، أي إثبات صحة المبدأ وإثبات صحة نقيضه في نفس الوقت تنشأ عن ذلك مفارقة تسمى مفارقة كانتور .

٢ - مفارقة رسل Russell's Paradox

يرى رسل أن هذه المفارقة تنشأ من خلال تصور الفئة الشاملة The Universe Class وهي فئة كل شئ Every Thing حيث يقول ، الفئة الشاملة التي نبحث أمرها والتي يجب أن تشمل كل شئ يجب أن تشمل نفسها كواحدة من أعضائها ، وبعبارة أخرى إن وجد مثل هذا الشئ الذي نسميه كل شئ إذن كل شئ ، شئ ما وعضو من فئة كل شئ . (١)

و تنشأ هذه المفارقة عندما نحاول الإجابة على سؤال طرح نفسه ؟ هل الفئة الشاملة تكون نفسها كعضو أم أنها لا تكون نفسها كعضو ، حيث يقول إيتون ، فئة جميع الفئات التي تشير إلى فئة تحتوي على نفسها كعضو بالتالي يكون التناقض . (٢)

ويرى بوشنسكي ، أننا لو نظرنا إلى فئة كل الفئات التي ليست عضواً في نفسها فإننا نجد أن هذه الفئة ليست عضواً في نفسها إلا أنها لابد أن تحتوي نفسها كعضو ، ففئة كل الفئات التي لا تحتوي نفسها Not Contain Itself هل تحتوي نفسها ، (٣) Contain Itself .

ومن خلال الممارسة العملية للفئات الشاملة توجد فئات تحتوي نفسها كعضو وفئات أخرى لا تحتوي نفسها كعضو ، فلو اختبرنا جميع الفئات التي تمثل فئات شاملة للاحظنا أن بعضها يكون عضواً في نفسه وبعضها الآخر لا يكون كذلك (٤) ، و هذا يعني أن هناك فئات شاملة تكون أعضاءً في أنفسها وفي نفس الوقت توجد فئات شاملة لا تكون أعضاءً في أنفسها أو لا تحتوي على أنفسها كأعضاء ،

---

١ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٩ .

2 - Eaton , " General logic " P. 457

3 - Bochenski , " Aprecis of mathematical logic ," P. 61

4 - Dumitriu , " History of logic" vol , 4 , P. 98

يرى بوشنسكي إذا تعاملنا مع الفئة الشاملة على أساس معناها الإيجابي وهي الفئة التي تحتوي كل شئ في نطاق مجال الحديث فهي في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ، فإذا قلنا أن الفئة الشاملة تحتوي نفسها أي كان الرد بالإيجاب Affirmative Answered نستطيع أن نستنبط أن الفئة الشاملة في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ، [1] وهذا يعني إذا نظرنا للفئة الشاملة من منطلق معناها الإيجابي والذي تتصف به وهي تحتوي كل شئ فإنها لا تحتوي نفسها كعضو ، وبعبارة أخرى الفئة الشاملة في حالة أنها تتصف بالخاصية أو الصفة التي تتحدد على أساسها وهي أنها تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة لا يجوز أن تكون عضواً في نفسها . [٢]

أما إذا أخذنا الفئة الشاملة بالمعنى السالب وهي لا تجوز أن تتحدد بالخاصية أو الصفة القائمة عليها في أنها تحتوي كل شئ فالفئة الشاملة في هذه الحالة تكون عضواً في نفسها فإذا قلنا أن الفئة الشاملة لا تحتوي نفسها نستطيع أن نستنبط أن الفئة الشاملة تحتوي نفسها كعضو ، [٣] ويقول رسل في ذلك إذا قلنا أن الفئة الشاملة لا يجوز أن تتصف بالخاصية أو الصفة التي تتحدد على أساسها حينئذ تصبح عضواً في نفسها .

وعندما ننظر للفئة الشاملة بالمعنى الإيجابي الذي قامت عليه وهي تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ، وعندما ننظر للفئة الشاملة بالمعنى السلبي وهي لا تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة تكون عضواً في نفسها ، وهنا تنشأ المفارقة وتسمى مفارقة رسل . [٤]

ويقول رسل ، بالنسبة للمعنى الموجب للفئة الشاملة ، فئات الأشياء ليست أشياء ، [٥] أي الفئة التي تحتوي جميع الأشياء لا تكون شيئاً من هذه الأشياء أي أنها لا تكون عضواً لنفسها ، أما بالنسبة للمعنى السالب للفئة الشاملة ، الفئة كواحد تكون عضواً لنفسها ككثير وهكذا فإن فئة جميع الفئات فئة [٦] ، لذا فالفئة الشاملة تكون عضواً في نفسها ففئة جميع الفئات هي بدورها فئة ، فلو اعتقدت لحظة أن فئات الأشياء يمكن أن تؤخذ بالمعنى الذي تكون فيه الأشياء أشياء فسيكون عليك أن تقول أن الفئة المكونة من جميع الأشياء في العالم هي ذاتها شئ في العالم إذن عضو في ذاتها . [٧]

---

1 - Dochenski , " Aprecis of mathematical logic ,". P. 61

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " المفارقات المنطقية " ، المرجع السابق ، ص ٦٧ .

3 - Bochenski , " Aprecis of mathematical logic ,". P. 61

4 - Bochenski , " Aprecis of mathematical logic. P. 61

٥ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٩ .

٦ - رسل ، نفس المرجع ، ص ١٧٦ .

٧ - د/ محمد مهران ، " فلسفة برتراند رسل " ، ص ٢٧٣ .

و بالنسبة لكل الفئات الشاملة فإن كانت إحدى تلك الفئات التي ليست أعضاءً في نفسها ، وأن من الممكن فهي ليست إحدى تلك الفئات التي ليست أعضاء في أنفسها وهكذا كل من الطرفين إنها عضو وليست عضواً من نفسها سيلزم تناقضاً [1] وعلى ذلك نجد أن رسل بهذا يقدم ما يسمى بالدائرة المفرغة والتي تظهر في هذه المفارقة . [2]

ومن ناحية أخرى إن هذه المفارقة والتي قامت على التناقض في تصور الفئة الشاملة ، هل تحتوي نفسها كعضو أم لا تحتوي نفسها كعضو ، لا نجد لها جذوراً أرسطية والسبب في ذلك أن أرسطو تعامل مع الجنس والذي يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث بالمعنى الموجب ، أي الفئة الشاملة عند أرسطو تحتوي كل شئ فهي بذلك لا تكون عضواً في نفسها والذي ساعد أرسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقة ، أنه لا يؤمن إلا بالفئات الوجودية ، فلو قلنا فئة الأفكار المجردة فهذه الفئة لا يكون لها وجود في المنطق الأرسطي لعدم احتوائها على أعضاء ملموسة في الواقع وبذلك فالمنطق الأرسطي لا يعترف بها من الأساس كفئة حتى يحكم عليها بأنها عضو أم ليست عضواً في نفسها .

وعلى ذلك نستطيع القول بأن اعتماد أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي على المعنى الموجب للفئة الشاملة وإيمانه القوي بالفئات الوجودية قد أنهى على التناقض القائم على تصور الفئة الشاملة في المنطق الحديث والذي نشأ عنه مفارقة والتي سميت بمفارقة رسل .

٣ - مفارقة الفئة الفارغة The Paradox Of Null Class

على الرغم من أن الفئة الفارغة تعد تجديداً رئيسياً بالنسبة للمنطق الأرسطي إلا أن تصورها في حد ذاته ينشأ عنه مفارقة ، ففي اللغة العادية الفئة هي مجموعة الأشياء التي تشترك في بعض الخصائص في حين أن الفئة الفارغة لا تحتوي على أعضاء . [3]

إذا كانت الفئة الفارغة هي فئة اللا شئ أي هي الفئة الخالية من الأعضاء وعند تحديد معناها عن طريق دالة القضية لا نجد لها قيماً تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة فإن الفئة الفارغة بهذا المعنى تكون متناقضة ذاتياً ، فالفئة الفارغة لا يوجد لها قيم كافية لتحقيق صدق دالة القضية فالفئة الفارغة تكون بذلك متناقضة ذاتياً Self Contradictory حيث أن

---

١ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٩ .

2 - Dumitriu , " History of logic ," vol , 4 ,. P. 98

3 - Dasson , and O'connor , " Introduction to symbolic logic " , P. 149

ف س . ~ ف س ، [1] وهذا يعني عندما نقول أن تصوراً ما يكون فئة وليس فئة في الوقت نفسه أي نستطيع إثبات صحة القول ونقيضه في الوقت نفسه تنشأ المفارقة .

ويقول رسل ، لو قلنا الغيلان حيوانات فتظهر أن هذه القضية صادقة يبدو أنها لا تتعلق بتصور الدالة بما تدل عليه هذه التصورات ومع ذلك فها هنا استحالة لأن التصورات المذكورة لا تدل على شئ ما ، [2] فصدق القضية السابقة يكون من حيث الشكل وليس المضمون طالما حاولنا أن نجد عضواً واحداً يحقق صدق الدالة " س غول " لا نجد ، لأن تصور الغيلان ليس له وجود في الواقع .

و ما دامت الفئة تتحدد بماصدقاتها والفئة الفارغة بحكم تعريفها تخلو من الأعضاء فهي إذن ليست فئة على الإطلاق [3] ، أي إذا كانت الفئة بحكم تعريفها لابد من احتوائها على أعضاء فإن وجود تصور معين ولا يحتوي على أعضاء في الواقع ونطلق عليه فئة فارغة تنشأ مفارقة .

و إذا كانت الفئة بحكم تعريفها لابد من احتوائها على أعضاء وقولنا عن لفظ ما ليس له أعضاء في الواقع بأنه يعبر عن فئة فارغة هذا القول يمثل مفارقة ، أي أن " تبدو مفارقة في أننا نجد فئة بلا أعضاء مثل الفئة الفارغة " . [4]

ويرى رسل أن ثمة صعوبات عظيمة تتصل بالفئات الفارغة ، وبوجه عام بفكرة اللا شئ ومن الواضح أن ثمة تصوراً ما هو اللا شئ وفي بعض المعاني أن اللا شئ هو شئ ما واللا شئ ليس شئ وفي الإمكان ولا ريب تأويلها بحيث تكون صادقة وهذه نقطة ينشأ عنها التناقض ، [5] هنا يرى رسل المفارقة تنشأ عندما نحاول أن نثبت أن اللا شئ يكون شيئاً ما في حين أن اللا شئ هو لا شئ ولا يكون شيئاً ما ، ففئة الغيلان ليست شيئاً على الإطلاق ، وكون إننا نطلق عليها فئة نكون قد تعاملنا معها على أساس أنها شئ وهنا تنشأ المفارقة .

ويرى رسل ، بأن التصور الذي لا يحتوي على أعضاء تحقق صدق دالة القضية لا يكون شيئاً ولا نطلق عليه فئة حتى لو قلنا عنها فئة فارغة ، حيث يقول ، " لا شئ ليس لا شئ " وهي قضية من الواضح صادقة ومع ذلك فإذا لم تعالج بعناية أصبحت مصدر نقائض ، [6] بمعنى إذا كانت القضية " لا شئ ليس لا شئ صادقة وحاولنا أن نثبت صحة القضية لا شئ يكون شيئا ما " فإننا

---

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 229

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٣٣ .

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٩ .

4 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 230

٥ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٣٢ .

٦ - نفس المرجع ، ص ١٣٤ .

نكون وقعنا في مفارقة الفئة الفارغة ، وذلك لأن لا شئ تصور دال لا يدل على شئ والتصور الدال ليس بالطبع لا شئ ، [1] فالا شئ تصور دال لا يدل علـى شـئ فـي الواقـع ، والـلا شـئ يـدل علـى شـئ فـهذه القضية مغرقة في التناقض . [2]

وعلى ذلك للا شئ ليس لا شئ فهذه القضية لا ينشأ عنـها مفارقـة ولكـن قولنـا بـأن الـلا شـئ يكون شيئاً فهذا القول ينشأ عنه مفارقة لذا تكون مفارقة الفئة الفارغة ناشئة من قولنا بـأن تصـور مـا ليس له أعضاء ونطلق عليه فئة أو اللا شئ نقول عنه يحتوي أشياء .

إن المفارقة هنا تنشأ من خلال اعتبارنا تصور ما يكون شيئاً وليس شيئاً في نفس الوقت أي إثبات صحة القول ونقيضه في الوقت نفسه ، فالقول بأن ف س . ~ ف س فئـة وليسـت فئـة فـي الوقت نفسه تنشأ المفارقة ، [3] لأننا لا نستطيع اعتبار تصوراً ما لا يحتوي على شـئ بأنـه فئـة وليـس فئة في الوقت نفسه أي عندما نستطيع البرهنة على صدق القضية " اللا شئ يكون لا شـئ " والبرهنـة على صدق نقيضها وهي " اللا شئ يكون شيئاً " في الوقت نفسه .

ومن الواضح أن هذه المفارقة لا نجد لها جذورا أرسطية والسبب في ذلك أن أرسطو لم يفسح المجال للفئة الفارغة لتشارك في بناء نسقه المنطقي ولم يعتبر الفئة الفارغـة نوعـاً مـن أنـواع الفئـات لأنه يؤمن فقط بالفئات الوجودية أي الفئات التي تحتوي أعضاء في الواقع وبذلك يكـون أرسـطو تجنـب الوقوع في هذه المفارقة .

حل المفارقات " نظرية الأنماط " Theory Of Types

المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفئات وجودها على حالها تفقد المنطق معناه ولا نستطيع الصعود بالمنطق لروح العصر كما لا يمكن بنـاء نسـق منطقـي متكـامل ، لـذا لابـد مـن وضـع حـل لـهذه المفارقات نابع من روح المنطق حتى نستطيع بناء نسق منطقي يقوم علـى مبـادئ وعلاقـات لا يشـوبها تذبذب في القواعد ، وعلى الرغم من الحلول الكثيرة التي عرضها المناطقة المحدثون لهذه المفارقـات ، إلا أن أهم هذه الحلول هو الحل الذي عرضه رسل والذي بناه على أساس نظرية الأنماط .

---

١ ـ نفس المرجع ، ص ١٣٤ .

٢ ـ نفس المرجع ، ص ١٣٤ .

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 229

يقول بوشنسكي ، نظرية الأنماط هي مجموعة القواعد التي تقسم الموضوعات المنطقية إلى عدد من الفئات تسمى أنماطاً أي تقسيم الموضوعات إلى أنماط ، فالنمط الأول 1st Type يحتوي على الأفراد أي يكون مجموعة من الأفراد والنمط الثاني 2 nd Type يكون من الفئات التي تحتوي على أفراد والنمط الثالث 3 rd Type يكون من فئات الفئات . (1) Classes Of Classes .

والذي يحدد نمط الفئة هو نمط الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة ، أي أن نمط الفئة يحدد بواسطة نمط أعضائها ففئات المستوى الأول تحتوي فقط على أفراد كأعضاء وفئات المستوى الثاني تحتوي فقط فئات كأعضاء وفئات المستوى الثالث تحتوي فقط فئات الفئات كأعضاء . (٢)

و فئة الأفراد التي تنتمي إلى نمط منطقي مختلف عن فئة الفئات بمعنى أخذ أي فرد من نمط لا يمكن وضع فرد آخر في هذا النمط وأن الفرد لا يكون فئة أو فئة الأفراد لا تكون فئة فئات الأفراد وأن فئة فئات الأفراد لا تكون شيئاً آخر غير الأفراد (٣) ، وهذا يعني أن فئة الأفراد لا تحل محل فئة فئات الأفراد والفرد لا يحل محل فئة الأفراد وفئة الأفراد لا تحل محل الفرد ، وإن كل فئتين بينهما هوية يندرجان تحت نمط واحد وأيضاً كل فردين يكون بينهما هوية يندرجان تحت نمط واحد .

وعلى ذلك نجد أن نظرية الأنماط المنطقية ارتبطت بالفئات وعملت على ربط الفئات وترتيب الفئات في مستويات ، وإذا كان تحديد معنى الفئة يكون عن طريق دالة القضية ، فلكي نحدد الأعضاء التي تندرج تحت فئة معينة يكون عن طريق دالة القضية ، لذا تكون دالة القضية مرتبطة بنظرية الأنماط ، فالحاجة إلى نظرية الأنماط المنطقية تظهر بوضوح في ربط الفئات ، والفئات تكون مشتقة من دالة القضية وأن الاختلاف بين فئات الأفراد وفئات الفئات يكون تحت الاعتبار (٤) .

وإذا كنا نحدد الأعضاء التي تندرج تحت فئة ما عن طريق دالة القضية ، فإن كل عضو يحقق صدق دالة القضية يكون من نفس نمط الفئة المراد تحديدها ، فإذا كانت ∅ س كافية إذن العضو س يكون من نفس نمط الفئة أ المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ∅ أ وإذا كانت ∅ س غير كافية فإن العضو س لا يكون من نفس نمط الفئة أ ، (٥) فلو كان لدينا دالة القضية س إنسان وعوضنا عن المتغير س بالعضو أحمد في هذه الحالة يكون أحمد من نفس نمط فئة الإنسان وإذا عوضنا عن س

1- Bochenski , " Aprecis of mathematical logic ," , P. 62

2 - Eaton , op. cit. P. 456

3 - Ibid. P. 455

4 - Ibid. P. 452

5 - Dumitriu , " History of logic ," vol , 4, P. 99

بالعضو شجرة فتكون الشجرة في هذه الحالة ليست من نمط فئة الإنسان لكونها ليست عضواً في فئة الإنسان .

وإذا كان تحديد الأعضاء التي تندرج تحت أي فئة يكون عن طريق دالة القضية فإننا نستطيع من خلال دالة القضية تحديد الأنماط التي تنتمي إليها هذه الأشياء والتي تكون قيم كافية لتحقيق صدق دالة القضية أي أن التعامل مع الفئات عن طريق دالة القضية والتي تعد موقعاً خلفياً للفئات ، نستطيع تحديد الأشياء التي تكون قيم للحجة المعطاة في دالة القضية . (١)

وعلى الرغم من أن رسل وضع ثلاث مستويات لنظرية الأنماط فإننا لا نرى أن الأنماط تكون ثلاث مستويات فقط ، ولكننا نستمر في وضع عدد من الأنماط للفئات حتى نصل إلى النمط الذي يمثل رأس الهرم ، والذي يحتوي على الفئة التي لا تكون متضمنة في فئة أخرى والتي تعبر عن جنس الأجناس في المنطق الأرسطي ، وعلى ذلك أنني لا أجازف بالقول بأن نظرية الأنماط عند رسل مأخوذة عن أرسطو في ترتيبه للحدود حسب علاقة التضمن لأننا نجد عند أرسطو النوع يحتوي الأفراد وهو يعبر عن فئة الأفراد والجنس يحتوي النوع ويعبر عن فئة الفئات وأن جنس الأجناس يمثل رأس الهرم وبذلك ترجع جذور نظرية الأنماط إلى المنطق الأرسطي .

وعلى ذلك نستمر في وضع عدد من الأنماط حتى نصل إلى النمط (م + ١) الذي يتألف عموماً من كل الفئات التي توجد للنمط " م " فإذا قلنا (س $\in$ ص) إذا مثل هذا بالطبع لا تكون ذات دلالة إلا في حالة ما إذا كانت فقط س من نمط أقل من النمط الثاني الذي ينتمي إليه ص . (٢)

والمشكلة التي تواجه نظرية الأنماط هي أننا أحياناً نجد فرداً ما لا يوجد أفراد تشترك معه في الخصائص أي أنه يحمل خصائص فريدة وهذا الفرد يعبر عن فئة ذات عضو واحد ، فهذا الفرد هل يندرج تحت المستوى الثاني الذي يحتوي فئات الأفراد أم أنه يندرج تحت المستوى الأول الذي يحتوي أفراد ؟ في الحقيقة هذا الفرد إما أنه يعالج بأنه فرد ينتمي إلى فئة ما وإما يعالج بأنه فئة ذات عضو واحد ويندرج تحت المستوى الثاني ، فيمكن أن يعبر أفلاطون وسقراط عن أفراد في فئة الفلاسفة والتي تكون فئة أفراد وإما أن يكون كلٍ منهما يعبر عن فئة ، لذلك فإن أفلاطون وسقراط يعالج كلٍ

---

1 - Eaton , op. cit. P. 456

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " المفارقات المنطقية " ، ص ١٠٥ .
انظر أيضا في ذلك

Bochenski , " Aprecis of mathematical logic" , P. 62

منهما كأفراد لفئة الفلاسفة أو كفئات [1] ، وأن حل هذه المشكلة يتوقف على تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية فإذا كان العضو الذي يحل محل المتغير في دالة القضية هو سقراط فقط أو أفلاطون فقط فإن كل من أفلاطون وسقراط يعالج على أنه فئة ذات عضو واحد وتندرج تحت المستوى الثاني وهو المستوى الذي يحتوي فئات الأفراد ، أما إذا كان يحل محل المتغير في دالة القضية أفراد كثيرون ومن بينهم سقراط وأفلاطون هنا يعالج كل من سقراط وأفلاطون كأفراد لفئة وبذلك يندرجان تحت المستوى الأول وهو المستوى الذي يحتوي على أفراد .

ويرى ديمتريو ، إذا كان تحديد أعضاء الفئة يكون عن طريق دالة القضية وأن تحديد نمط الفئة يكون عن طريق نظرية الأنماط ، فتحديد نمط الفئة يكون مرتبطاً بدالة القضية وأن دالة القضية في حد ذاتها ينتج عنها إما قضايا صادقة أو قضايا كاذبة فالقيم التي تحل محل المتغير س في دالة القضية وتحقق صدق دالة القضية تكون من نفس نمط الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، حيث يقول ، إذا كان س متغير لدالة القضية Ø س فإننا من خلال دالة القضية نستنتج قضايا صادقة أو كاذبة باستبدال المتغيرات بقيم معينة وأن جميع قيم المتغير تكون من نفس نمط الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، [2] لذلك يقول إيتون ، فالمنطق قادر على التعامل مع فئات الفئات بالإضافة إلى فئات الأفراد ، [3] Classes Of Individuals وهذا الذي جعل رسل يقوم بتصنيف الفئات المنطقية بواسطة نظرية الأنماط على أساس الترتيب الهرمي للموضوعات المنطقية أو الترتيب الهرمي للنمط ، وأن تعريف النمط الأصغر أو المستوى الأول لا يكون دقيقاً فالنمط الأصغر يحتوي على الأفراد وخصائص الأفراد سوف تكون موضوعات منطقية للنمط الثاني وخصائص النمط الثاني سوف تكون موضوعات منطقية للنمط الثالث ، [4] وهنا نجد ديمتريو يرى أننا من خلال الخصائص المشتركة التي تحتويها الأفراد التي تندرج تحت المستوى الأول نستطيع أن نحدد الفئات التي تندرج تحت المستوى الثاني ومن خلال الخصائص المشتركة للفئات التي تحتوي أفراد وتندرج تحت المستوى الثاني نستطيع أن نحدد الفئات التي تندرج تحت المستوى الثالث وهكذا .

وعلى ذلك يرى ديمتريو أن موضوع النمط يكون أعلى من قيمته أي أن الفئة التي تحدد عن طريق دالة القضية تكون من نمط أعلى بمعنى أن الخصائص المشتركة بينها وبين الفئات المشتركة معها في هذا النمط تحدد الفئات التي تندرج تحت نمط أعلى من نمط الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، حيث يقول ، أن الفئة التي تحدد بواسطة المتغير س في دالة القضية Ø س تكون

---

1 - Eaton , op. cit. P. 455

2 - Dumitriu , " History of logic ," vol . 4 , P. 99

3 - Eaton , op. cit. P. 453

4 - Dumitriu , " History of logic ," Vol . 4 , P. 99

من نمط أعلى وأن جميع قيم س التي تحتوي خصائص Ø فإن موضوع النمط يكون أعلى من قيمة النمط الذي يحدد عن طريق دالة القضية . [1]

والذي جعل رسل يوجد نظرية الأنماط كحل لهذه المفارقات أن هذه المفارقات تقوم في اعتقاد رسل على تكوين ما يمكن تسميته " الفئات غير الخالصة " أي الفئات التي لا تكون خالصة للنمط ولابد أن يكون الحل بوضع ترتيب هرمي منطقي محدد للفئات ، وأن الحصر الذي تفرضه هذه النظرية هي أن الفئة التي ينتمي الفرد إليها يجب أن تكون من النمط الأعلى للفئة بحيث أن قولا من س ∈ س فالتعارض الذي يؤدي إليه مفهوم فئة تتضمن ذاتها كعضو قد استبعد على هذا النحو لأن مفهومها لهذا لا يعود يبنى . [2]

ففئة الفئات التي لا تكون عضوا في ذاتها وليس قولا صادقا أو كاذبا بل بلا معنى فما لدينا إذن هو نسق فيه تنظيم دوال القضايا وبالتالي القضايا في ترتيب هرمي تكون عند قاع الهرم والدوال التي تكون حجمها سوى أفراد وعند الخطوة الثانية تكون الدوال التي حججها دوال المستوى الثاني ويقال عن الموضوعات التي تحقق صدق دالة معلومة . [3]

وعلى ذلك يكون رسل من خلال نظرية الأنماط استطاع التخلص من مفارقة الفئة التي ليست عضوا في ذاتها حيث أن الفئة التي ينتمي إليها الفرد يجب أن تكون من نمط أعلى مباشرة وكذلك استطاع التخلص من كل المفارقات الأخرى المتعلقة بالفئات حيث لن توجد فئة فرعية من فئة يمكن أن تكون عضوا في تلك الفئة . [4]

ومن ناحية أخرى ، إذا كان رسل استطاع التخلص من مفارقة كانتور والمفارقة التي سميت فيما بعد بمفارقة رسل ، فإنه استطاع أيضا التخلص من مفارقة الفئة الفارغة وأن ما يسمى بالفئة الفارغة ليس لها وجود في نظرية الأنماط لأن نظرية الأنماط تقوم على الفئات التي يمكن تحديد أعضائها عن طريق دالة القضية وهذه الأعضاء تحول دالة القضية إلى قضايا صادقة في حين أن الفئة الفارغة لا يوجد لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية وبذلك من خلال نظرية الأنماط نستطيع القول بأن الفئة الفارغة ليس لها وجود لأنها لا تحتوي على أعضاء في الواقع .

---

1 - Ibid. P. 99

٢ ـ بلانشي ، المرجع السابق ،ص ٤٤٢ .
٣ ـ د/ محمد مهران ، " فلسفة برتراند رسل " ، ص ٢٧٤ .
٤ ـ د/ إسماعيل عبد العزيز ، " المفارقات المنطقية " ، ص ١٠٦ .

الخاتمة

ينكشف لنا عديد من النتائج التي تمخض عنها هذا البحث في مجال منطق الفئات منها:

١- اختلاف مفهوم الفئة في المنطق عن مفهومها المألوف، ففكرة الفئة تطورت في المنطق، فتوجد فئة تحتوي عضواً واحداً وتسمى فئة ذات عضو واحد وفئة أخرى لا تحتوي أعضاء وتسمى فئة فارغة، في حين الفئة في تعريفها المألوف، عبارة عن مجموعة من الأفراد تشترك في خصائص معينة، وكل فرد من هذه الأفراد يكون عضواً في هذه الفئة.

٢- إن منطق الفئات ليس فقط أساس تاريخي للتطور في المنطق الرمزي ولكنه صورة بسيطة وجيدة لتقديم جميع الموضوعات المنطقية، لذا يعد ذا أهمية مركزية بالنسبة للمنطق الأرسطي والمنطق الحديث، فالقياس ما هو إلا علاقة بين ثلاث فئات، والتي تكون بدورها ثلاث قضايا، والقضية هي علاقة بين فئتين، وإذا كانت القضية هي الوحدة الأولية التي تتكون منها أي عملية فكرية والفئة هي الوحدة الأولية التي تتكون منها أي قضية منطقية، لذا تعد الفئة هي الوحدة الأولية التي تتكون منها جميع الموضوعات المنطقية.

٣- إن كلمة فئة لم تُعرف في المنطق الأرسطي، إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما اسماه أرسطو بالحدود، وإنه ناقش جميع موضوعاته المنطقية من خلال إدراكه التام لتصور الفئة والعلاقة بين الفئات، حيث يقول تارسكي، الواقع إن المنطق الأرسطي كله يمكن رده تماماً إلى نظرية الفئات والعلاقات الأساسية بين الفئات، لذا يعد أرسطو الواضع الحقيقي لمنطق الفئات.

٤- على الرغم من أن أرسطو قسم الحدود والتي تمثل الفئات في المنطق الحديث إلى نوعين فقط إحداهما حدود كلية والأخرى حدود جزئية، إلا أننا نجده من خلال بناء نسقه المنطقي قد وضع لنا الأساس الأول لجميع أنواع الفئات ولا يغيب عنه تصور أي نوع من أنواع الفئات، فالجنس يمثل الفئة الشاملة في المنطق الحديث والنوع يمثل الفئة الفرعية، والحد الجزئي يمثل الفئة ذات العضو الواحد، والحد السالب يمثل الفئة المتممة ، والحد الأصغر في القياس يمثل الفئة المشتركة في المنطق الحديث، أما عن الفئة الفارغة لا يغيب تصورها عن تفكيره، فإنه أعطى لها مثال وهو "جبل من نحاس".

٥- اختلاف الأساس الذي قام عليه تقسيم الفئات في المنطق الحديث عنه في المنطق الأرسطي، فالمنطق الحديث قسم الفئات إلى نوعين أساسيين أحدهما فئات وجودية وهي الفئات التي يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة، وأخرى فئات لا وجودية وهي الفئات التي لا يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية، وعلى هذا الأساس نجد الفئات في المنطق الأرسطي كلها فئات وجودية لآن أرسطو لا يؤمن إلا بالفئات التي لها أعضاء في الواقع لأنه يرى إننا لا نستطيع تأكيد صفة لشيء وهو غير موجود أو إننا لا نستطيع أن نثبت صفة لشيء أو ننفي عنه صفة وهو غير موجود، لذا فالفئة الفارغة والتي تمثل فئة لا وجودية، فإن أرسطو لم يفسح لها المجال لتشارك في بناء نسقه المنطقي ولم يعتبرها نوعاً من أنواع الفئات على الرغم من أن تصورها لم يغيب عن تفكيره.

٦- اختلاف مناقشة منطق الفئات في المنطق الأرسطي عنه في المنطق الحديث، فأرسطو في بناء نسقه المنطقي اعتمد على الحدود الكلية ولم يفسح المجال أمام الحدود الجزئية لتشارك في بناء نسقه المنطقي، وهذا لا يعني تقليل من أهمية الحدود الجزئية في نظر أرسطو وإلا لما اعتبرها نوعاً أساسياً من أنواع الحدود، ولكن بناء النسق المنطقي الأرسطي يتطلب حدود كلية، لآن الحدود الجزئية لا تصلح أن تكون موضوعات ومحمولات في قضايا صادقة، في حين أن المنطق الحديث اعتمد في بناء نسقه المنطقي لنظرية الفئات على جميع أنواع الفئات ولم يهمل أي نوع من أنواع الفئات.

٧- إن التضمن علاقة جوهرية بالنسبة لمنطق الفئات، وللتضمن نوعين أحدهما تضمن متبادل **Mutual inclusion** والأخر تضمن أصيل **Proper inclusion** وإن أرسطو في بناء نسقه المنطقي اعتمد على التضمن الأصيل بين الفئات، ولم يفسح المجال للتضمن المتبادل ليشارك في بناء نسقه المنطقي، ويرجع السبب في ذلك أن النسق المنطقي الأرسطي لا يكون في حاجة إلى التضمن المتبادل وإنه يتطلب فقط التضمن الأصيل، وعلى الرغم من أن مبدأ الهوية يبدو لأول وهلة إنه من إبداع المناطقة المحدثين، إلا أن جذور هذا المبدأ ترجع إلى المنطق الأرسطي، ومع ذلك فإن أرسطو لم يفسح المجال أمام هذا المبدأ ليشارك في بناء نسقه المنطقي.

٨- على الرغم من أن العمليات القائم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث، تبدو لأول وهلة إنها من إبداع المناطقة المحدثين، إلا أننا نجد جذور هذه العمليات ترجع

إلى المنطق الأرسطي، فعملية الضرب المنطقي مأخوذة عن فكرة الفئـــة المشـتركة والتي وضع لها الأساس الأول أرسطو، وأيضاً عملية الجمع المنطقـــي مـــا هـــي إلا عملية فصل بين الفئات وأول من قال بالفصل هو أرسطو والذي عبر عنه بكلمـــة "أو" بالإضافة إلى أن للفصل نوعين فصل قوي Strong Disjunction والذي يقر بأنه لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئات التي نجري عليها عملية الجمع المنطقي، وفصـل ضعيف Weak Disjunction والذي يقر بوجود عضو على الأقل مشـــترك بيـن الفئات التي نجري عليها عملية الجمع المنطقي.

٩- إن منطق الفئات ينطوي علي مغالطات، وأن أرسطو نبه إلى هذه المغالطات حتـى نتجنب الوقوع فيها، إلا أنه لم ينبهنا إلى أغاليط النمط Type Fallacies والسـبب في ذلك أن أغاليط النمط تنشأ في حالة الخلط بين التضمن والانتماء، وكون أرســطو لم يفرق بينهما وأول من فرق بينهما بيانو، لذا لم ينبه أرسطو إلى هـــذه المغالطــة لتجنب الوقوع فيها، كما ارتبط منطق الفئات بالمفارقات وأهم هذه المفارقات مفارقـــة كانتور وأن أرسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقة لآن الفئات عند أرســطو تتـدرج بصورة هرمية ويكون جنس الأجناس هو رأس الهرم، وأيضاً مفارقة رســـل ونجـد أرسطو تجنب الوقوع فيها لآن أرسطو تعامل مع الجنس والذي يمثل الفئة الشـــاملة في المنطق الحديث بالمعنى الموجب، لذا فالفئة الشاملة عند أرسطو ليســت عضــواً في ذاتها، وكذلك مفارقة الفئة الفارغة وهي تنشأ عندما نحاول البرهنة بأن لفظاً مـــا يكون فئة وليس فئة في نفس الوقت، أي اللا شيء يكون شيئاً ما، في حين أن الـلا شيء يكون لا شيء، وأرسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقـــة لأنــه لا يؤمــن إلا بالفئات الوجودية، وإن رسل نفسه قد اثبت من خلال نظرية الأنماط التي تعد بمثابـــة حل لهذه المفارقات لا يوجد ما يسمى بالفئة الفارغة وهذا مـــا يؤكـد مـا قـرره أرسطو.

وأخيراً، إننا نؤيد القول بأننا يجب أن نستخدم حساب الفئـــات كأســاس لحســاب القضايا، فإن العمليات ومعظم المبادئ القائم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث نجـد ما يماثلها في حساب القضايا، فإن عملية الفصل بين القضايا ما هي إلا عمليـــة الجمـع بين الفئات وعملية العطف بين القضايا ما هي إلا عملية الضرب بين الفئات، كمـــا نجـد الأساس الذي قام عليه تصور القضية الصادقة بأنها قول يحمل معنى صادق هـــو نفـس الأساس الذي قام عليه تصور الفئة الشاملة بأنها تصور ذو معنـــى وأن الأســاس الـذي

قامت عليه القضية الكاذبة بأنها قول لا يحمل معنى صادق هو نفس الأساس الذي قـــامت عليه الفئة الفارغة في إنها تصور ليس له معنى.

وإذا كان النوع في المنطق الأرسطي يمثل الفئة الفرعية فـــي المنطـق الحديـث فمفهوم الفئة الفرعية في المنطق الحديث اختلف عن مفهومها في المنطـــق الأرســطي، حيث نجد في المنطق الحديث أن الفئة الفرعية تحتوي على الأقل عضواً واحداً وتســـمى فئة فرعية ذات عضو واحد **Unit subclass** ولكننا في المنطق الأرسطي لا نجد نـــوع يحتوي عضو واحد بل لابد أن يحتوي على الأقل عضوين لآن النـــوع يمثـــل حـــداً كليـــاً وليس حداً جزئياً.

وعلى الرغم من تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية يبدو لأول وهلـــة أنـــه من إبداع المناطقة المحدثين، إلا إننا نجد مفهوم دالة القضيـــة متواجـداً فـــي المنطـــق الأرسطي، وإن أرسطو لم يعتمد على دالة القضية في تحديد معنى الفئـــة واكتفـــى فقـــط بتحديد معنى الفئة عن طريق المفهوم والماصدق، ويرجع السبب في ذلك على حد قـــول رسل، إن الهدف من تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية هو الكشف عـــن مفـــهوم الفئة الفارغة، ونظراً لآن أرسطو لا يؤمن بالفئات الفارغة، لـــذا فـــإن بنـــاء النســـق المنطقي الأرسطي ليس في حاجة إلى تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية.

قائمـــة المصادر و المـــراجع

- أولاً: المصادر و المراجع العربية والمترجمة إلى العربية

١. أرسطو: **ضمن كتاب منطق أرسطو**، الترجمة العربية القديمة ، الجـــزء الأول، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، دار القلم الكويت، وكالة المطبوعات، لبنان، ١٩٨٠م.

٢. أرسطو: **ضمن كتاب منطق أرسطو**، الترجمة العربية القديمة ، ، الجزء الثـــالث، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، دار القلم الكويت، لبنان، ١٩٨٠م.

٣. أرسطو: **ضمن كتاب منطق أرسطو**، الترجمة العربية القديمة ، الجزء الثـــاني، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، مطبعة دار الكتب المصرية، القاهرة، ١٩٤٩م.

٤. د/إسماعيل عبد العزيز: **الأغاليط المنطقية**، رسالة ماجستير، كلية الآداب، جامعة القاهرة، غير منشورة، ١٩٨٥م.

٥. د/إسماعيل عبد العزيز: **المفارقات المنطقية**، دار الثقافة للتوزيع والنشر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٩٣م.

٦. أفلاطون: **السفسطائي**، ترجمة الأب فؤاد جرجس بربـــارة، منشـــورات وزارة الثقافة، دمشق، ١٩٦٩م.

٧. د/إمام عبد الفتاح إمام: **محاضرات في المنطق**، دار الثقافة للنشـــر والتوزيـــع، القاهرة، ١٩٨٥م.

٨. ابن سينا: **الإشارات والتنبيهات**، تحقيق سليمان دنيا، القسم الأول، الطبعة الثالثة، دار المعارف، القاهرة، بدون تاريخ نشر.

٩. ابن سينا: **الشفاء** (جزء المنطق)، تحقيق سعيد زايد، المؤسسة المصرية للتأليف والترجمة الطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٩٤م.

١٠. الساوي (ابن سهلان): **البصائر النصيرية**، تحقيق الشيخ محمد عبده، المطبعـــة الأميرية ببولاق، القاهرة، ١٨٩٨م.

١١. الغزالي: **معيار العلم**، تحقيق سليمان دينا، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦١م.

١٢. **الفارابي: كتاب في المنطق** "الخطابة"، تحقيق محمد سليم سالم، دار الكتب، القاهرة، ١٩٧٦م.

١٣. **الفارابي: كتاب في المنطق** "العبارة"، تحقيق محمد سليم سالم، القاهرة، مطبعة دار الكتب، ١٩٧٦م.

١٤. **الفريد تارسكي: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية**، ترجمة عزمي إسلام، الهيئة العامة للتأليف والنشر، القاهرة، ١٩٧٠م.

١٥. **برتراند رسل: أصول الرياضيات**، الجزء الأول، ترجمة محمد مرسي أحمد، أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٠م.

١٦. **برتراند رسل: فلسفتي كيف تطورت**، ترجمة عبد الرشيد الصادق، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٠م.

١٧. **برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية**، ترجمة محمد مرسي أحمد، أحمد فؤاد الأهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، ١٩٦٢م.

١٨. **بلانشي: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل**، ترجمة خليل احمد خليل، ديوان المطبوعات للدراسات والنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، لبنان، ١٩٨٠م.

١٩. **بول موي: المنطق وفلسفة العلوم**، ترجمة فؤاد زكريا، مكتبة نهضة مصر، القاهرة، ١٩٦٢م.

٢٠. **جميل صليبا: المعجم الفلسفي**، الجزء الثاني، دار الكتاب اللبناني، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٧٣م.

٢١. **جون ديوي: المنطق نظرية البحث**، ترجمة دكتور ذكي نجيب محمود، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٠م.

٢٢. **جيفونز: أصول المنطق**، ترجمة يوسف إسكندر جرجس، جريدة الفجر، القاهرة، ١٩٢٦م.

٢٣. **د/حسن عبد الحميد: مقدمة في المنطق الصوري**، الجزء الأول، مكتبة سعيد رأفت، القاهرة، ١٩٨٠م.

٢٤. د/زكي نجيب محمود: **المنطق الوضعي**، الجزء الأول، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٦١م.

٢٥. د/زكريا إبراهيم: **دراسات في الفلسفة المعاصرة**، الجزء الأول، مكتبة مصر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٨م.

٢٦. د/صلاح إسماعيل: **فلسفة اللغة والمنطق دراسة في فلسفة كوين**، دار المعارف، القاهرة، بدون تاريخ نشر.

٢٧. د/عبد الرحمن بدوي: **المنطق الصوري والرياضي**، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ١٩٦٢م.

٢٨. د/عبد الرحمن بدوي: **موسوعة الفلسفة**، الجزء الثاني، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ١٩٨٤م.

٢٩. د/عثمان أمين: **الفلسفة الرواقية**، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٧١م.

٣٠. د/عزمي إسلام: **أسس المنطق الرمزي**، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٧٠م.

٣١. د/عزمي إسلام: **الاستدلال الصوري**، الجزء الأول، مكتبة سعيد رأفت، القاهرة، ١٩٧٢م.

٣٢. د/عزمي إسلام: **مقدمة لفلسفة العلوم الفيزيائية والرياضة**، مكتبة سعيد رأفت، القاهرة، ١٩٧٧.

٣٣. د/عزمي إسلام: **الاستدلال الصوري**، الجزء الثاني، مكتبة سعيد رأفت، الطبعة الثانية القاهرة، ١٩٨١م.

٣٤. د/عزمي إسلام: **دراسات في المنطق مع نصوص مختارة**، مطبعة الجامعة، الكويت، ١٩٨٥م.

٣٥. د/علي سامي النشار: **المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة**، المكتبة التجارية الكبرى، الطبعة الأولى، الإسكندرية، ١٩٥٥م.

٣٦. د/علي عبد المعطي، د/ماهر عبد القادر: **المنطق الرياضي**، الجزء الأول، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨١م.

٣٧. د/ماهر عبد القادر: **المنطق الرياضي**، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨٤م.

٣٨. د/محمد السرياقوسي: **التعريف بالمنطق الرياضي**، دار الثقافة للطباعة والنشر، الإسكندرية، ١٩٧٨م.

٣٩. د/محمد السرياقوسي: **التعريف بالمنطق الصوري**، دار الثقافة للطباعة والنشر، الإسكندرية، ١٩٨٠م.

٤٠. د/محمد ثابت الفندي: **أصول المنطق الرياضي**، دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٧٢م.

٤١. د/محمد ثابت الفندي: **فلسفة الرياضة**، دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٦٩م.

٤٢. د/محمد عابد الجابري: **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**، الجزء الأول، دار الطليعة، الطبعة الثانية، بيروت، بدون تاريخ نشر.

٤٣. د/محمد علي أبو ريان، د/علي عبد المعطي: **المنطق الصوري**، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، بدون تاريخ نشر.

٤٤. د/محمد محمد قاسم: **المنطق الرمزي** "بحث في الحساب التحليلي والمصطلح"، دار المعرفة الجامعية، القاهرة، ١٩٩١م.

٤٥. د/محمد مهران: **فلسفة برتراند رسل**، دار المعارف، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٨٦م.

٤٦. د/محمد مهران: **مبادئ التفكير المنطقي**، دار المعارف، القاهرة، ١٩٩٤م.

٤٧. د/محمد مهران: **مدخل إلى المنطق الصوري**، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٨٩م.

٤٨. د/محمد مهران: **مقدمة في المنطق الرمزي**، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٧٨م.

٤٩. د/محمود فهمي زيدان: **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٧٣م.

٥٠. **د/محمود قاسم: المنطق الحديث ومناهج البحث**، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الثالثة، ١٩٥٣م.

٥١. **د/مراد وهبه: المعجم الفلسفي**، دار الثقافة الجديدة، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٩٧م.

٥٢. **يان لوكاشيفتش: نظرية القياس الأرسطية**، ترجمة د/عبد الحميد صبره، دار المعارف، الإسكندرية، ١٩٦٨م.

٥٣. **د/يحيى هويدي: علم المنطق دراسة نقدية للفلسفة الوضعية المنطقية**، مكتبة النهضة المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٦م.

٥٤. **د/يحيى هويدي: مقدمة في الفلسفة العامة**، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، بدون تاريخ نشر.

٥٥. **د/يحيى هويدي: منطق البرهان**، مكتبة القاهرة الحديثة، القاهرة، ١٩٦٨م.

- ثانياً: المصادر والمراجع باللغة الأجنبية

1. **Adamson, R.: "Ashort History of logic"**, William black wood and sons, London, 1911.
2. **Aikins, H.A.: "Principles of logic"**, Henry Holt and company, New York, 1902.
3. **Alexander, P.: "An introduction to logic"**, George Allen and Unwin, LTD, London, n.d..
4. **Ambrose, A., and Lazerowitz, M.: "Fundamentals of symbolic logic"**, Holt, Rinchard and Winston, Inc, New York, 1944.
5. **Basson, H.A., and O'connor, D.J.: "Introduction to symbolic logic"**, the free press of Ghencoe, Illinois-London, 1960.
6. **Berkeley, E.C.: "Symbolic logic and intelligent Machines"**, Reinhold publishing corporation, New York, 1959.
7. **Black, M.: "Critical thinking"**, prentice Hall, New York, 1950.
8. **Blackburn, Simon: "The oxford dictionary of philosophy"**, oxford University press, 1994.
9. **Bochenski, J.M.: "A history of formal logic"**, chelsea pablishing company, New York, 1970.
10. **Bochenski, J.M.:** "A precis of mathematical logic", Reidel publishing, company, Holland, 1959.
11. **Boole, G.: "Studies in logic and probability"**, the open court publishing company, 1952.
12. **Cargile, J.: "Paradoxes"**, A study inform and predication, Cambridge, University press, London, 1979.

13. **Carmichael, P.A.: "Reasoning A textbook of Elementary logic"**, philosophical library, New York, n.d.

14. **Carnap, R.: "Introduction to symbolic logic and its application"**, Dover publications, Inc, New York, 1958.

15. **Carney, J.D., and Scheer, R.K.: "Fundamentals of logic"**, Macmillan publishing co., Inc., New York, 1980.

16. **Carroll, I.: "Symbolic logic and the came of logic"**, Dover publications, Inc., New York, n.d.

17. **Cohen, M.R., and Nagel, E.: "An introduction to logic and scientific method"**, by Harcourt, Brace and company, New York, 1964.

18. **Copi, I.M.: "Introduction to logic"**, Macmillan publishing co., Inc, New York, 1972.

19. **Copi, I.M.: "Symbolic logic"**, The macmillan company, New York, 1967.

20. **De Morgan, A.: "Formal logic"**, The open court company, London, 1926.

21. **Dumitriu, A.: "History of logic"**, Vol. 1, Abacus press, Tumbrldge wells, Kent, 1977.

22. **Dumitriu, A.: "History of logic"**, Vol. 4, Abacus press, Tumbrldge wells, Kent, 1977.

23. **Eaton, R.M.: "General logic"**, An introductory survey charles scribner's sons, London, 1931.

24. **Feys, R., and fitch, F.: "Dictionary of symbols of mathematical logic"**, North Holland. Publishing company. Amsterdam, 1969.

25. **Fisk, M.: "A modern formal logic"**, prentice Hall, Engle wood cliffs, New Jersey, n.d.

26. **Fogelin, R.J.: "An introduction to informal logic"**, Harcourt Brace

Jovanovich. publishers, New York, n.d.

27. **Grumberg, T.: "Symbolic logic"**, Vol. 11, sayin, publication No 16, 1970.

28. **Halberstadt, W.H.: "An introduction to modern logic"**, Harper and Brothers, publishers, New York, 1960.

29. **Harrison, F.R.: "Logic and Rational thought"**, west publishing, company, New York, n.d.

30. **Joseph, H.W.B.: "An introduction to logic"**, oxford University press, London, 1924.

31. **Keynes, J.N.: "Studies and exercises in formal logic"**, Macmillan and Co., London, 1906.

32. **Kneale, W., and Kneale, M.: "Development of logic"**, clarendon press, oxford, 1960.

33. **Koning, J., and Russell, B.: "On the foundations of set theory and the continurm problem"**, heijenoort, Harvard University press, Cambridge, 1984.

34. **Lacey, A.R.: "A dictionary of philosophy"**, routledge and Kegan paul, London, 1986.

35. **Langer, S.: "An introduction to symbolic logic"**, Dover publications, Inc, New York, 1967.

36. **Leblang, H.: "An introduction to deductive logic"**, John Wiley and sons, Inc., New York, n.d.

37. **Lee, H.W.: "Symbolic logic"**, Rout ledge and Keg ampoule, London, 1961.

38. **Lewis, C.I., and Langford, C.H.: "Symbolic logic"**, The century co.,

press, New York and London, 1964.

39. **Malitz, J.: "Introduction to mathematical logic"**, "Set theory", springier-verlag. New York, n.d.

40. **Morse, A.P.: "A theory of sets"**, Academic press, New York and London, 1965.

41. **Pitt, J.: "Logic for argument"**, Huntington press, California, 1966.

42. **Prior, A.N.: "Model logic"**, Vol. 5, Macmillan publishing co. New York, 1967.

43. **Quine, W.V.O.: "Mathematical logic"**, Harvard University press, London, 1961.

44. **Quine, W.V.O.: "Method of logic"**, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1959.

45. **Quine, W.V.O.: "Set theory and its logic"**, Harvard University press, London, 1980.

46. **Reichenbach, H.: "Elements of symbolic logic"**, The free press, New York, 1966.

47. **Richard, J.: "The principle of mathematics and the problem of sets"**, By Heijenooit Harvard University press, Cambridge, 1987.

48. **Rosser, J.B.: "Logic for mathematicians"**, McGraw-hill, Book company, Inc, London, 1953.

49. **Runes, D.: "Dictionary of philosophy"**, New Jersey, Allan held, 1984.

50. **Russell, B.: "Logic and knowledge"**, George Allen and Unwin, ITD, London, 1967.

51. **Schipper, E.W., and ScHuH, E.: "A first course in modern logic"**, Routledge a keg an Paul, London, n.d

52. **Sinclair, W.A.: "The traditional formal logic"**, Methuen & Coltd, London, n.d.

53. **Slupecki, J., and Borkowski, L.: "Elements of Mathematical logic and set theory"**, Pwn-polish Scientific publishers, Pergaman press, London, 1967.

54. **Stebbing, S.: "A modern introduction to logic"**, Methuen and co., ITD, London, 1950.

55. **Stebbing, S.: "Logic in practice"**, Methuen and co., ITD, London, 1965.

56. **Suppes, P.: Introduction to lgoic"**, sets, Van Nostrand company, Inc, Princeton, New Jersey, London, 1959.

57. **Tarski, A.: "Logic, semiotics"**, metamathematics, the Clarendon press, oxford, 1956.

58. **Thomason, R.H.: "Symbolic logic"**, the Macmillan company, collier-Macmillan limited, London, 1970.

59. **Welton, J.: "A manual of logic"**, vol. 1, University tutorial press, London, 1912.

60. **Whitehead, A.N., and Russell, B.: "Principia Mathematica"**, Vol. 1, Cambridge, the University press, 1950.

الفهرس

أهم الرموز المستخدمة في البحث

أ، ب، ج...	فئات
س، ص، ع...	أعضاء
∅ س، ∅ ص،...	دالة القضية س،ص،...
١	الفئة الشاملة
صفر	الفئة الفارغة
{س}	الفئة ذات العضو الواحد
أَ ،بَ،...	الفئة المتممة
{س}َ	متممة الفئة ذات العضو الواحد
(١)َ	متممة الفئة الشاملة
(صفر)َ	متممة الفئة الفارغة
أ ب، أ ب جـ،...	الفئة المشتركة
أً ، بً،...	متممة الفئة المتممة
$\supset$	التضمن
$\not\supset$	عدم التضمن
$=$	الهوية
$\neq$	عدم الهوية
$\in$	الانتماء
$\notin$	عدم الانتماء
$\subset$	اللزوم المنطقي
$\equiv$	التكافؤ المنطقي
$\not\equiv$	عدم التكافؤ المنطقي

تضمن متبادل	$\supseteq$
تضمن أصيل	$\supset$
الضرب المنطقي	أ × ب، ب×جـ،...
متممة الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي	(أ × ب)َ ، (ب×جـ)َ ،...
الجمع المنطقي	أ + ب، ب+جـ،...
متممة الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي	(أ+ب)َ ، (ب+جـ)َ ،...
الفصل المنطقي	أ ∪ ب
الفصل القوي	+
الفصل الضعيف	(+)
قضية صادقة	ق، ك،...
قضية كاذبة	~ ق،~ ك،...
خصائص الفئة	≃ أ
الاتحاد بين الفئات	∪
التقاطع بين الفئات	∩

بسم الله الرحمن الرحيم

إن الله لا يضيع أجر من أحسن عملا

(صدق الله العظيم)

